

VI клас

Зад.1 В правоъгълна координатна система с единична отсечка 1 см е построен трапецът $ABCD$ с лице $32,5 \text{ cm}^2$. Ако $A(-3; -3)$, $B(6; -3)$ и $C(2; 2)$, намерете дължината на отсечката CD и координатите на точка D .

7 точки

Зад.2

а) Намерете стойността на израза:

$$\left(5\frac{1}{2}-6\right)\left(5\frac{1}{3}-6\right)\left(5\frac{1}{4}-6\right)\dots\left(5\frac{1}{2010}-6\right)\left(5\frac{1}{2011}-6\right)$$

б) Покажете, че числото $\frac{(4^5 \cdot 27^4 \cdot 14^2 \cdot 7) : (16 \cdot 36^2 \cdot 7^4)}{3^4 \cdot 16 \cdot \frac{1}{7}}$ е точен квадрат на цяло число. **7 точки**

Зад.3 Празна кутия с форма на правоъгълен паралелепипед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ има обем 24 cm^3 . Права призма $M P N M_1 P_1 N_1$ е разположена в паралелепипеда така, че върхът M е от ръба AB и $AM=2BM$, върхът N е средата на ръба AD , а върхът P_1 е средата на ръба $D_1 C_1$. Да се намери обема на призмата.

7 точки

Зад.1 За намиране $AB = X_B + |X_A| = 6 + 3 = 9$ (**1 точка**). За определяне височината на трапеца $h = |Y_B| + |Y_C| = 3 + 2 = 5$ (**1 точка**). За намиране на $CD = \frac{2S}{h} - AB = 4$ (**2 точки**). Получаване на едното решение за т. D (**1 точка**) и за намиране и на второто решение за т. D (**2 точки**). $D(6; 2)$ и $D(-2; 2)$.

Зад.2 а) $\left(5\frac{1}{2}-6\right)\left(5\frac{1}{3}-6\right)\left(5\frac{1}{4}-6\right)\dots\left(5\frac{1}{2010}-6\right)\left(5\frac{1}{2011}-6\right) =$

$$= \left(-\frac{1}{2}\right)\left(-\frac{2}{3}\right)\left(-\frac{3}{4}\right)\dots\left(-\frac{2009}{2010}\right)\left(-\frac{2010}{2011}\right) = \frac{1}{2011} \quad (\mathbf{3 \text{ точки}})$$

б) $\frac{(4^5 \cdot 27^4 \cdot 14^2 \cdot 7) : (16 \cdot 36^2 \cdot 7^4)}{3^4 \cdot 16 \cdot \frac{1}{7}} = \frac{(2^{10} \cdot 3^{12} \cdot 2^2 \cdot 7^3) \cdot 7}{2^4 \cdot 2^4 \cdot 3^4 \cdot 7^4 \cdot 3^4 \cdot 2^4} = \frac{2^{12} \cdot 3^{12} \cdot 7^4}{2^{12} \cdot 3^8 \cdot 7^4} = 3^4 = 9^2$ (**4 точки**)

За частично вярно пресмятане могат да се дадат по **1 или 2 точки** за всяко от подусловията.

Зад.3 Да означим $V_{ABCD A_1 B_1 C_1 D_1} = abh$, като $ab = S_{ABCD} \Rightarrow V_{MNP A M_1 N_1 P_1} = B_{MNP} h$ И тъй като призмата и паралелепипеда имат равни височини, достатъчно е да намерим каква част е B_{MNP} от S_{ABCD} (**3 точки**). Ако ученикът е направил само коректен чертеж и е осмислил разположението на телата се дават **2 точки**.

Да изразим $B_{MNP} = S_{ABCD} - (S_{ANM} + S_{PDN} + S_{PCMB})$ (**0,5 точка**)

$$S_{ANM} = \frac{1}{2} AM \cdot AN = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} a \cdot \frac{1}{2} b = \frac{1}{6} ab \quad (\mathbf{1 \text{ точка}})$$

$$S_{NDP} = \frac{1}{2} ND \cdot DP = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} a \cdot \frac{1}{2} b = \frac{1}{8} ab \quad (\mathbf{1 \text{ точка}})$$

$$S_{PCMB} = \frac{1}{2} (PC + BM) \cdot BC = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} a + \frac{1}{3} a\right) b = \frac{5}{12} ab \quad (\mathbf{1 \text{ точка}})$$

