

# Министерство на образованието, младежта и науката

## 60. Национална олимпиада по математика

Областен кръг, Втори ден, 13 март 2011 г.

Тема за 10. клас

**Задача 4.** Да се реши неравенството

$$\sqrt{1 - 3x - \sqrt{12 - 8x}} > \sqrt{-x^2 - 3x + 4}.$$

**Задача 5.** Нека  $T$  е множеството от всички триъгълници  $ABC$  с радиуси  $r$  и  $r_a$  съответно на вписаната окръжност и на външновписаната окръжност срещу върха  $A$ , където  $r$  и  $r_a$  са фиксирани положителни числа. Да се докаже, че:

- всички триъгълници в  $T$  имат една и съща дължина на височината от върха  $A$ ;
- измежду всички триъгълници в  $T$  най-малко лице има този, за който  $AB = AC$ .

**Задача 6.** Една редица от естествени числа  $x_1, x_2, \dots, x_k$  се нарича  $n$ -добра, ако  $x_1 < x_2 < \dots < x_k \leq n$  и  $x_i - i$  се дели на 3 за всяко  $i = 1, \dots, k$ . Нека  $a_n$  е броят на  $n$ -добрите редици за фиксирано естествено число  $n$ . Да се докаже, че числото  $a_{n+8} - a_n$  се дели на 3.

*Време за работа:* 4 часа и 30 минути.

*За въпроси:* 02 979 2806 (Петър Бойваленков).