

# Министерство на образованието, младежта и науката

## 60. Национална олимпиада по математика

Областен кръг, Първи ден, 12 март 2011 г.

### Тема за 10. клас

**Задача 1.** Да се намерят всички стойности на реалните параметри  $a$  и  $b$ , за които неравенството  $2|x^2 + ax + b| > 1$  няма решения в интервала  $[1, 3]$ .

**Задача 2.** Да се намерят всички прости числа  $p$ , за които съществуват взаимно прости естествени числа  $a$  и  $b$ , такива, че

$$p(a^2 + ab + b^2) = 1501(a + b).$$

**Задача 3.** Даден е изпъкнал четириъгълник  $ABCD$ , в който  $H_a$  е ортоцентър на  $\triangle BCD$ ,  $H_b$  е ортоцентър на  $\triangle CDA$ ,  $H_c$  е ортоцентър на  $\triangle DAB$  и  $H_d$  е ортоцентър на  $\triangle ABC$ . Да се докаже, че ако правите  $AC$  и  $H_aH_c$  са успоредни, но не съвпадат, то правите  $BD$  и  $H_bH_d$  са успоредни.

*Време за работа: 4 часа и 30 минути.*