

ОБЩНСКИ КРЪГ НА ОЛИМПИАДАТА ПО МАТЕМАТИКА

12. 02. 2011 г.

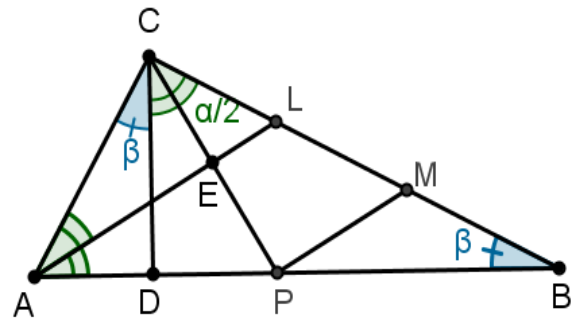
Критерии за оценяване

VII клас

Зад.1 а) $\frac{x-5}{2} + \frac{x-1}{8} = \frac{10-1,5x}{-4} \Leftrightarrow 4(x-5) + (x-1) = -2(10-1,5x)$ (1 точка) $\Leftrightarrow 2x = 1 \Leftrightarrow$
 (1 точка) $\Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$ (1 точка).

б) За разлагането $n^3 - n = n(n^2 - 1) = n(n-1)(n+1)$ (2 точки). За аргументиране, че от три последователни естествени числа поне едно се дели на 2 и поне едно се дели на 3, а от това \Rightarrow че произведението се дели на 6 (2 точки).

Зад.2 Да означим острите ъгли на триъгълника $\sphericalangle CAB = \alpha$ и $\sphericalangle ABC = \beta$ и нека $AL \cap CP = E$. За доказателство, че $\sphericalangle ACD = \beta$ и $\sphericalangle DCB = \alpha$ (2 точки) $\Rightarrow \sphericalangle DCE = \frac{\alpha}{2}$ и от $\triangle ACE \Rightarrow \sphericalangle AEC = 180^\circ - (\beta + 2 \cdot \frac{\alpha}{2}) = 90^\circ$ $AL \perp CP$ (3 точки). За аргументи и изразяване, че $\sphericalangle PMC = \beta + \frac{\alpha}{2}$ (външен за $\triangle PBM$) $\Rightarrow \sphericalangle PMC = \sphericalangle ACP = \beta + \frac{\alpha}{2}$ (2 точки)



Зад.3 Да означим половината от разстоянието от вкъщи до стадиона с S , а скоростта с велосипед с V . Тогава времето за изминаването на това разстояние е $t_1 = \frac{2S}{V}$ (2 точки).

Тогава времето за изминаване на половината от разстоянието пеша е $t_p = \frac{S}{V} = \frac{5S}{5V}$ (1

точка), а времето през, което пътувах с такси е $t_t = \frac{S}{5V}$ (1 точка). Общо времето за

изминаване на цялото разстояние през втория ден: $t_2 = t_p + t_t = \frac{5S}{V} + \frac{S}{5V} = \frac{26S}{5V}$ (2 точки).

Следователно отношението $\frac{t_1}{t_2} = \frac{2S}{V} : \frac{26S}{5V} = \frac{2S}{V} \cdot \frac{5V}{26S} = \frac{5}{13} < 1 \Rightarrow t_1 < t_2$ (1 точка).