МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО, МЛАДЕЖТА И НАУКАТА
РЕГИОНАЛЕН ИНСПЕКТОРАТ ПО ОБРАЗОВАНИЕТО – ГР. БУРГАС
Гр. Бургас – 8000
тел. 813-249; 813-261 *ул. „Гладстон"№ 150*
rioburgas@gmail.com *факс:813-259*

60-та НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКА
ОБЩИНСКИ КРЪГ – 12.02.2011 г.

КРИТЕРИИ ЗА ОЦЕНКА

IX клас

1зад. а) За съставяне на системата $\begin{vmatrix} x_1 = 4x_2 \\ x_1 + x_2 = -p \\ x_1 x_2 = 1 \end{vmatrix}$ ***1 точка***

За намиране на $x_{2_{1,2}} = \pm\frac{1}{2}$ и $x_{1_{1,2}} = \pm 2$ ***1 точка***

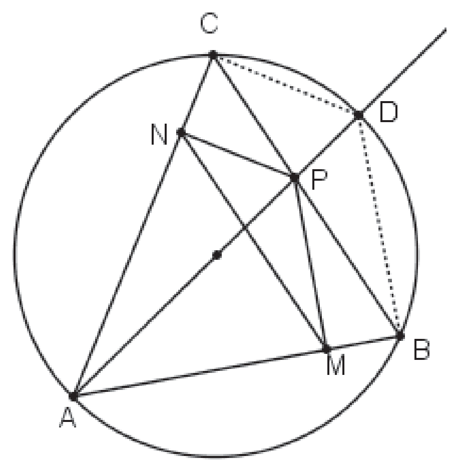
За намиране на $p = \pm\frac{5}{2}$ ***1 точка***

б) За полагане $\sqrt{x^2+11} = y, y > 0$ ***0,5 точки***

За решаване на уравнението $y^2 + y - 42 = 0$ и намиране решението $y = 6$ (изключване на $y = -7$) ***2,5 точки***

За намиране $x = \pm 5$ ***1 точка***

2зад. I начин



Тъй като AD е диаметър на описаната около ΔABC окръжност $\Rightarrow \measuredangle ABD = \measuredangle ACD = 90^\circ$ ***(2 точки)***. От свойството на вписаните ъгли имаме, че $\measuredangle CDA = \measuredangle CBA$ ***(1 точка)***. DC и PN са $\perp AC \Rightarrow DC // PN \Rightarrow$ че $\measuredangle CDP = \measuredangle NPA$ като съответни ъгли $\Rightarrow$ $\measuredangle CBA = \measuredangle NPA$ ***(1 точка)***. Но от $\measuredangle AMP = \measuredangle ANP = 90^\circ$ $\Rightarrow$ че около четириъгълник $AMPN$ може да се опише окръжност с диаметър AP и тогава $\measuredangle NPA = \measuredangle NMA$. Следователно $\measuredangle CBA = \measuredangle NPA = \measuredangle NMA$ ***(1 точка)***. И така получаваме, че: $\measuredangle CBA = \measuredangle NMA$, но това са съответни ъгли, получени при

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО, МЛАДЕЖТА И НАУКАТА
РЕГИОНАЛЕН ИНСПЕКТОРАТ ПО ОБРАЗОВАНИЕТО – ГР. БУРГАС
Гр. Бургас – 8000
тел. 813-249; 813-261 *ул. „Гладстон"№ 150*
rioburgas@gmail.com *факс:813-259*

60[-та] НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКА
ОБЩИНСКИ КРЪГ – 12.02.2011 г.
КРИТЕРИИ ЗА ОЦЕНКА

(BC и MN)$\cap AB \Rightarrow BC//MN$ ***(1 точка)*** и тъй като точките M и N лежат на страните на $\Delta ABC \Rightarrow BM \nparallel NC \Rightarrow$ четириъгълникът $MBCN$ е трапец ***(1 точка)*.**

II начин

$PM \perp AB$

AD *диаметър* $\Rightarrow DB \perp AB \Rightarrow PM // DB \Rightarrow \dfrac{AM}{MB} = \dfrac{AP}{PD}$ (*ТТалес*) ***3 точки***

Аналогично $PN // DC \Rightarrow \dfrac{AP}{PD} = \dfrac{AN}{NC}$ ***1 точка***

$\Rightarrow \dfrac{AM}{MB} = \dfrac{AN}{NC} \Rightarrow MN // BC$ ***2 точки***

Тъй като точките M и N лежат на страните на $\Delta ABC \Rightarrow BM \nparallel NC$

$\Rightarrow$ четириъгълникът $MBCN$ е трапец ***1 точка***

3зад.

$$\begin{cases} x^2 - 2(2a-1)xy + y^2 = a^2 \\ x + y - xy = a \end{cases}$$

Полагаме $x + y = u$, $xy = v$

$$\begin{cases} u^2 - 4av = a^2 \\ u - v = a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} v^2 - 2av = 0 \\ u = v + a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} v(v-2a) = 0 \\ u = v + a \end{cases}$$ 1 т.

$x; y \in N \Rightarrow u \geq 2$, $v \geq 1 \Rightarrow \begin{cases} v = 2a \\ u = 3a \end{cases} \Rightarrow a \geq \dfrac{1}{2}$.

Но а е цяло число (от $u - v = a$). Следователно $a \geq 1$. 2 т.

От $x + y - xy = a$ получаваме $\left.\begin{matrix} (x-1)(y-1) = 1-a \\ x \geq 1; y \geq 1 \end{matrix}\right\} \Rightarrow 1 - a \geq 0$. 2 т.

Единствената възможна стойност е $a = 1$.

При $a = 1$ получаваме решенията $(1;2), (2;1)$ 2 т.