

60<sup>-та</sup> НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКА  
ОБЩИНСКИ КРЪГ – 12.02.2011 г.  
КРИТЕРИИ ЗА ОЦЕНКА

**XI клас**

**1 зад.**

За записване на числата  $x$ ,  $y$ ,  $z$  и  $t$  и връзките  $x + t = 7$ ,  $y + z = 6$  **0,5 точки**

За записване на  $x$ ,  $y$ ,  $6 - y$ ,  $7 - x$  **0,5 точки**

От геометричната прогресия  $y^2 = x(6 - y)$  **1 точка**

От аритметичната прогресия  $2(6 - y) = y + 7 - x$ ,  $x = 3y - 5$  **1 точка**

За заместване и получаване на  $4y^2 - 23y + 30 = 0$  **1 точка**

За намиране на корените  $y_1 = 2$  и  $y_2 = \frac{15}{4}$  **1 точка**

За намиране на  $x_1 = 1$  и  $x_2 = \frac{25}{4}$  **1 точка**

За намиране на числата 1, 2, 4, 6 и  $\frac{25}{4}$ ,  $\frac{15}{4}$ ,  $\frac{9}{4}$ ,  $\frac{3}{4}$  **1 точка**

**2 зад.**

а) Прилагане формулите на Виет  $x_1 + x_2 = \sin^2 \alpha$  и  $x_1 x_2 = -\cos^2 \alpha$

$x_1 x_2 \geq -1$  и  $x_1 \neq 0$  и  $x_2 \neq 0$

преобразуване на  $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = -1$  и получаване на  $x_1 + x_2 = -x_1 x_2$  **1.5 точки**

За получаване на  $\alpha$ :

$$\sin^2 \alpha = \cos^2 \alpha$$

$$\operatorname{tg}^2 \alpha = 1$$

$$\alpha = \frac{\pi}{4} \text{ или } \alpha = \frac{3\pi}{4}$$

**1.5 точки**

б) Определяне на  $\angle ACB = \frac{\pi}{4}$  и  $S = \frac{1}{2} AC \cdot BC \cdot \sin \angle ACB$

**1 точка**

60<sup>-та</sup> НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКА  
ОБЩИНСКИ КРЪГ – 12.02.2011 г.  
КРИТЕРИИ ЗА ОЦЕНКА

Намиране на

$$M = -\log_2 \left( \log_2 \sqrt{\sqrt{2}} \right) = -\log_2 \left( \log_2 \sqrt[8]{2} \right) = -\log_2 \left( \log_2 \sqrt[8]{2} \right) = -\log_2 \left( \log_2 2^{\frac{1}{8}} \right) = -\log_2 \frac{1}{8} = \log_2 2^3 = 3$$

**1 точка**

Намиране на

$$N = \left( \frac{1}{2} \log_2 16 - 3 \log_2 \frac{1}{4} + \frac{2}{5} \log_2 32 + 2 \log_2 \frac{1}{8} \right) \cdot \sqrt{2} = \left( \frac{1}{2} \cdot 4 - 3 \cdot (-2) + \frac{2}{5} \cdot 5 + 2 \cdot (-3) \right) \cdot \sqrt{2} = 4\sqrt{2} \quad \mathbf{1 \text{ точка}}$$

Намиране на лицето на  $\triangle ABC$ :  $S = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4 \cdot \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 6 \text{ cm}^2$

**1 точка**

**3 зад.**

Определяне, че  $\triangle AKM$  и  $\triangle BLM$  са равностранни

**1 точка**

Извод, че  $KM = AM$ ,  $ML = BM$  и  $KM + ML = a$  ( $KM = x$ ,  $ML = y$ )

**0,5 точки**

Извод, че  $\sphericalangle KML = 60^\circ$

**0,5 точки**

Определяне лицето на  $\triangle KLM$ :  $S = \frac{1}{2} KM \cdot ML \cdot \sin 60^\circ = \frac{1}{4} xy\sqrt{3}$

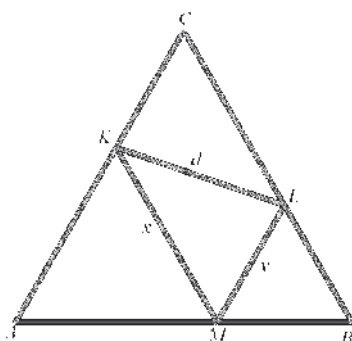
**1 точка**

Прилагане на косинусова теорема на  $\triangle KLM$ :

$$d^2 = x^2 + y^2 - 2xy \cos 60^\circ$$

**2 точки**

$$d^2 = (x + y)^2 - 2xy - 2xy \frac{1}{2}$$



Определяне на  $xy = \frac{a^2 - d^2}{3}$

**1 точка**

Определяне на  $S = \frac{1}{4} xy\sqrt{3} = \frac{(a^2 - d^2)\sqrt{3}}{12}$

**1 точка**