

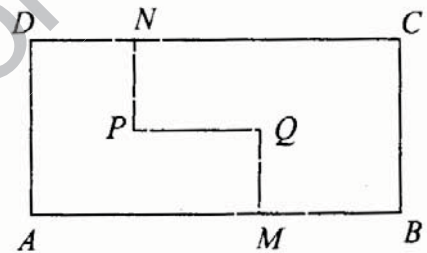
КРАТКИ РЕШЕНИЯ НА ЗАДАЧИТЕ

5. КЛАС

5.1. Кристофър Робин и Мечо Пух се разхождали с велосипеди из гората. Мечо Пух попитал Кристофър Робин с каква скорост се движат и той му казал скоростта, измерена в метри за минута. Мечо Пух помислил малко и казал, че се движат с 50 km/h. Намерете истинската скорост, измерена в километри в час, ако знаете, че Мечо Пух си мисли, че 1 km има 600 m, а 1 час е равен на 100 минути.

Решение. Понеже Мечо Пух пресмята скоростта при 1 km = 600 m, то според него $50 \text{ km/h} = 50 \cdot 600 \text{ m/h} = 30\,000 \text{ m/h}$. Тъй като и $1 \text{ h} = 100 \text{ min}$, то $30\,000 \text{ m/h} = \frac{30\,000}{100} = 300 \text{ m/min}$. Следователно истинската скорост е 300 m/min и измерена в метри за час, тя е $300 \cdot 60 \text{ m/h} = 18\,000 \text{ m/h}$, откъдето скоростта е 18 km/h.

5.2. Правоъгълен лист хартия има дължина 18 cm и ширина 8 cm. Можем ли да разрежем листа на две части с начупена линия по начин, показан на чертежа, така че от двете части да може да се сглоби квадрат? Отговорът да се обоснове!



Решение. Лицето на фигурата е $18 \cdot 8 = 144 \text{ cm}^2$. Отгук следва, че страната на търсения квадрат е 12 cm. Понеже

$BC < 12 \text{ cm}$, то в дясната фигура само NC може да е страната на този квадрат. Така $NC = 12 \text{ cm}$. По същите причини AM трябва да е страна на квадрата, т.е. $AM = 12 \text{ cm}$. Тогава при сглобяването AD трябва да е продължение на NP . Отгук $NP = 12 - 8 = 4 \text{ cm}$, а $QM = AD - MP = 8 - 4 = 4 \text{ cm}$. Накрая $DN = PQ$, откъдето $PQ = 6 \text{ cm}$.

5.3. Колко четирицифрени числа има такива, че:

- цифрата на стотиците е три пъти по-малка от цифрата на единиците;
- сборът на числото с числото, получено с разместване на цифрите на десетиците и единиците, се дели на 8?

Решение. Нека числото е \overline{txyz} . Тогава $z = 3x \leq 9$, т.е. $x \leq 3$. Отгук x е 1, 2 или 3. От второто свойство сборът $P = (1000t + 100x + 10y + 3x) + (1000t + 100x + 30x + y)$ се дели на 8. Понеже $P = 8(250t + 29x + y) + x + 3y$, то $x + 3y$ се дели на 8. Ако $x = 1$, $1 + 3y = 8k$, $3y = 8k - 1 \leq 27$ и $k \leq \frac{27}{8}$, т.е. k е 1, 2 или 3. Ако k е 1 или 3, y не е цяло. Ако $k = 2$, то $y = 5$ и последните три цифри на числото са 153. Ако $x = 2$, $2 + 3y = 8k$, $3y = 8k - 2 \leq 27$ и $k \leq \frac{29}{8}$. При $k = 1$, $y = 2$ и последните три цифри на числото са 226. При k е 2 или 3 y не е цяло. Ако $x = 3$, $3 + 3y = 8k$, т.е. k се дели на 3 и $k \leq \frac{30}{8}$. При $k = 3$, $y = 7$ и последните три

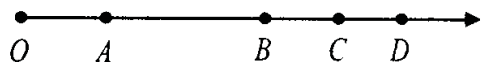
цифри на числото са 379. Получаваме, че числата са $t153$, $t226$ и $t379$, където $t = 1, 2, 3, \dots, 9$. Следователно имаме общо 27 числа ($3 \cdot 9 = 27$) с исканите свойства.

5.4. Върху една права са отбелязани 5 точки. Когато записали 10-те разстояния между всеки две от тях и ги подредили по големина, се получило следното:

2, 4, 5, 7, 8, k , 13, 15, 17, 19.

Намерете разстоянието k . Отговорът да се обоснове!

Решение. Нека точките са O, A, B, C, D и $OD = 19$. Понеже измежду дадените раз-



стояния няма числа, по-малки от 2, то за да е налице разстояние 17 между две точки, или $OC = 17$, или $AD = 17$. Ако $OC = 17$. Разстоянието 15 може да се получи само от $OB = 15$, $AC = 15$ или $AD = 15$. Но ако $OB = 15$, то $BC = 2$, което е невъзможно, защото вече $CD = 2$. Ако $AC = 15$, тогава $OA = 2$, което също е невъзможно. Остава $AD = 15$, откъдето $OA = 4$ и $AC = 13$. Сега остава да разберем къде е разположена точката B , така че разстоянията от B до останалите точки да са 5, 7, 8, k и да се намери стойността на k . Ако $OB = 5$, то $AB = 1$, което е невъзможно. Ако $OB = 7$, то $AB = 3$ – също е невъзможно. Ако $OB = 8$, то $AB = 4$, което отново е невъзможно. Остава $OB = k$. Ако $AB = 5$, то $OD = 9$ и $BD = 10$ (между 8 и 13 има само едно k за реализиране) – невъзможно. Ако $AB = 7$, то $OB = 11$, а $BC = 6$ – невъзможно. Остава $AB = 8$. Тогава $OB = 12$, $BC = 5$, $BD = 7$. Така получаваме $k = 12$.

Ако $AD = 17$, то с подобни разсъждения отново се получава $k = 12$. Следователно търсената стойност на k е 12.