

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
СЪЮЗ НА МАТЕМАТИЦИТЕ В БЪЛГАРИЯ
ЗИМНИ МАТЕМАТИЧЕСКИ СЪСТЕЗАНИЯ

Плевен, 31 януари, 2004 г.

Тема за 7 клас

Задача 1. Числата a, b, c, x, y, z са такива, че $a + x = 1, b + y = 1, c + z = 1$. Нека

$$A = \frac{a+b+c}{3} \text{ и } X = \frac{x+y+z}{3}.$$

Да се докаже, че:

а) $A + X = 1$

б) $ax + by + cz = 3AX - (a - A)^2 - (b - A)^2 - (c - A)^2$

Задача 2. Да се намерят всички тройки цели положителни числа a, b и c , за които

$$\frac{a}{a+2} = \frac{b^2}{b+4} = \frac{c^3}{c+10}.$$

Задача 3. Даден е триъгълникът ABC , за който $AC = BC$ и $\sphericalangle ACB = 20^\circ$. Симетралата на страната AC и ъглополовящата на $\sphericalangle CAB$ се пресичат в точката M . Да се намери ъгълът MBC .

Задача 4. От малки еднакви кубчета е направен голям куб. След това някои от стените му са оцветени и големият куб отново се разделя на същите малки кубчета. Оказало се, че 100 от малките кубчета нямат нито една оцветена стена. Колко стени на големия куб са били оцветени и от колко малки кубчета се състои големият куб?

Време за работа – 4 часа.

Журито Ви желае успешна работа!