



МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО, МЛАДЕЖТА И НАУКАТА
РЕГИОНАЛЕН ИНСПЕКТОРАТ ПО ОБРАЗОВАНИЕТО - ПЛЕВЕН

ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКА

ОБЩИНСКИ КРЪГ – 12.02.2011 ГОД.

ТЕМА ЗА XII КЛАС

1 задача.

а) Да се намерят екстремумите на функцията $f(x) = \frac{x^4 + 2x^2 + 2}{x^2 + 1}$

3 точки

б) Да се реши уравнението

$$\sqrt{1-x} + \sqrt{1+x} = \frac{x^4 + 2x^2 + 2}{x^2 + 1}$$

4 точки

2 задача. От всички триъгълници с даден ъгъл γ и даден радиус на описаната окръжност R да се определи онзи, който има най-голям периметър. Да се изрази този периметър чрез R и γ .

7 точки

3 задача. Околните ръбове на тетраедъра $ABCM$ са с дължини съответно $AM=a$, $BM=b$ и $CM=c$ и са взаимно перпендикулярни. Нека S_1 е лицето на околната стена BCM , S_2 на ACM , S_3 на стената ABM и S е лицето на основата ABC . Да се докаже:

а)

$$\frac{S_1}{S} = \cos \alpha; \quad \frac{S_2}{S} = \cos \beta; \quad \frac{S_3}{S} = \cos \gamma, \quad \text{където } \alpha, \beta, \gamma \text{ са двустенните ъгли съответно при } BC, AC \text{ и } AB$$

3 точки

б) $\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$

4 точки

До областен кръг ще бъдат допуснати тези ученици, на които броят на точките е най-малко 16.

Време за работа – 4 часа.

ЖЕЛАЕМ ВИ УСПЕХ!