КРАТКИ РЕШЕНИЯ И УКАЗАНИЯ НА ТЕМАТА ЗА 12 КЛАС

1 зад.

Системата се свежда до уравнението $x^2-(c-1)x+c^2-7c+14=0$. **1т.**

За да има реални решения системата, е достатъчно квадратното уравнение да има реални корени, т.е. $D\geq 0$, т.е. $D=-3c^2+26c-55\geq 0$ **1т.**

$c\in[\frac{11}{3};5]$ **1т.**

Образува се $F(c)=x^2+y^2=(c-1)^2-2(c^2-7c+14)=-c^2+12c-27$ **2т.**

Установява се, че $F(c)$ е растяща за $c\in[\frac{11}{3};5]$. **1т.**

Следователно при c = 5 функцията приема най- голяма стойност. **1т.**

2 зад.а)

Нека $y=\log_2 x$, за да се реши уравнението $y^2-(3+\log_2 3)y+3\log_2 3=0$,

където $y_1=3$ $\qquad$ $y_2=\log_2 3$

$x_1=8,$ $\qquad$ $x_2=3$ **1 т.**

$\frac{185+256}{55}=\frac{441}{55}=8\frac{1}{55}$, $2{,}5\pi<\frac{441}{55}<3\pi$, $\cos\frac{441}{55}<0$ **1 т.**

$\frac{185+8}{15}=\frac{193}{15}=12\frac{13}{15}$, $\qquad 4\pi<\frac{193}{15}<4{,}5\pi$, $\qquad \cos\frac{193}{15}>0$

решение е $x_2=3$ **1т.**

2 зад. б)

От достатъчното условие за аритметична прогресия и полагането $y=3^x+3^{-x}$, където $y\geq 2$ се получава уравнението $y^2-(2m+3)y+m^2+3m=0$ **2т.**

Корените му са $y_1=m+3$ и $y_2=m$ **1т.**

От условията $\quad m+3\geq 2$ или $m\geq 2$. Следователно $m\geq -1$ **1т.**

3 зад а)

Съгласно означенията на условието, $O_1O_3=R_1+R_3=5\frac{\sqrt{3}}{2}$ (S_1 се допира до S_3),

аналогично $O_1O_2=R_1+R_2=\frac{7}{6}\sqrt{3}$ и $O_2O_3=R_2+R_3=\frac{8}{3}\sqrt{3}$. От правоъгълния трапец ACO_3O_1 може да се намери страната, че $CA=2\sqrt{3}$, $CB=4$ и $AB=2$ **1т.**

Намира се, че $S_{ABC}=2\sqrt{3}$. **1т.**

Но ΔABC е ортогонална проекция на $\Delta O_1O_2O_3$ в равнината, до която се допират

трите сфери,следователно е изпълнено $S_{ABC} = S_{O_1O_2O_3} \cos\angle((ABC);(O_1O_2O_3))$

Намира се, че $S_{O_1O_2O_3} = \sqrt{19}$ **1т.**

$\cos\angle((ABC);(O_1O_2O_3)) = \dfrac{2\sqrt{3}}{\sqrt{19}}$ **1т.**

3 зад. б)

$C_1A_1 = (ABC) \cap (O_1O_2O_3)$. Ако $A_1B = y$ и от $\Delta A_1BO_2 \sim \Delta A_1CO_3$, може да се намери $y = 2$,

а там $A_1C = 6$. Аналогично, ако $A_1C = x$ и от $\Delta AC_1C \sim \Delta BC_1O_2$, може да се намери $x = 6$.

Откъдето $BC_1 = 8$. **1т.**

За намирането на $S_{A_1CC_1} = \dfrac{A_1C.CC_1}{2} = \dfrac{6.4\sqrt{3}}{2} = 12\sqrt{3}$ **1т.**

От друга страна $O_3C \perp (ABC)$, защото точка C е допирна точка на сферата S_3 до (ABC).

Окончателно за обема $V_{A_1C_1CO_3} = \dfrac{12\sqrt{3}}{3}.2\sqrt{3} = 24$ **1т.**