

60^{-та} НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКА
 ОБЩИНСКИ КРЪГ – 12.02.2011 г.
 КРИТЕРИИ ЗА ОЦЕНКА

IX клас

1зад. а) За съставяне на системата
$$\begin{cases} x_1 = 4x_2 \\ x_1 + x_2 = -p \\ x_1x_2 = 1 \end{cases}$$
 1 точка

За намиране на $x_{2,2} = \pm \frac{1}{2}$ и $x_{1,2} = \pm 2$ 1 точка

За намиране на $p = \pm \frac{5}{2}$ 1 точка

б) За полагане $\sqrt{x^2 + 11} = y, y > 0$ 0,5 точки

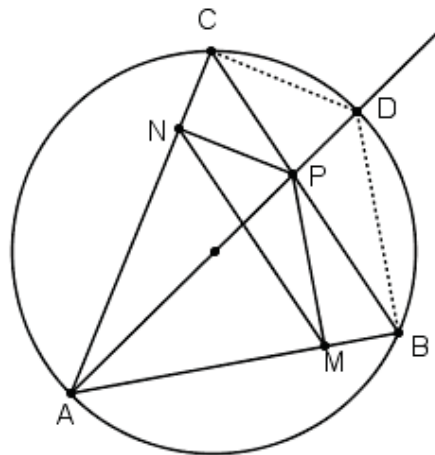
За решаване на уравнението $y^2 + y - 42 = 0$ и намиране решението $y = 6$
 (изключване на $y = -7$) 2,5 точки

За намиране $x = \pm 5$ 1 точка

2зад. I начин

Тъй като AD е диаметър на описаната около $\triangle ABC$ окръжност $\Rightarrow \angle ABD = \angle ACD = 90^\circ$ (2 точки). От свойството на вписаните ъгли имаме, че $\angle CDA = \angle CBA$ (1 точка). DC и PN са $\perp AC \Rightarrow DC \parallel PN \Rightarrow$ че $\angle CDP = \angle NPA$ като съответни ъгли $\Rightarrow \angle CBA = \angle NPA$ (1 точка).

Но от $\angle AMP = \angle ANP = 90^\circ \Rightarrow$ че около четириъгълник $AMPN$ може да се опише окръжност с диаметър AP и тогава $\angle NPA = \angle NMA$. Следователно $\angle CBA = \angle NPA = \angle NMA$ (1 точка). И така получаваме, че: $\angle CBA = \angle NMA$, но това са съответни ъгли, получени при



60^{-та} НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКА
ОБЩИНСКИ КРЪГ – 12.02.2011 г.
КРИТЕРИИ ЗА ОЦЕНКА

$(BC \text{ и } MN) \cap AB \Rightarrow BC \parallel MN$ (1 точка) и тъй като точките M и N лежат на страните на $\triangle ABC \Rightarrow BM \parallel NC \Rightarrow$ четириъгълникът $MBCN$ е трапец (1 точка).

II начин

$$PM \perp AB$$

$$AD \text{ диаметър} \Rightarrow DB \perp AB \Rightarrow PM \parallel DB \Rightarrow \frac{AM}{MB} = \frac{AP}{PD} \text{ (ТТалес)} \quad \mathbf{3 \text{ точки}}$$

$$\text{Аналогично } PN \parallel DC \Rightarrow \frac{AP}{PD} = \frac{AN}{NC} \quad \mathbf{1 \text{ точка}}$$

$$\Rightarrow \frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC} \Rightarrow MN \parallel BC \quad \mathbf{2 \text{ точки}}$$

Тъй като точките M и N лежат на страните на $\triangle ABC \Rightarrow BM \parallel NC$

\Rightarrow четириъгълникът $MBCN$ е трапец **1 точка**

Зад.

Означаване с x времето за което първият багер може да свърши сам работата и с y времето за което вторият багер може да свърши сам работата
0,5 точки

Определяне работата, която свършва всеки багер за 1 час: първия - $\frac{1}{x}$;

втория - $\frac{1}{y}$ **0,5 точки**

Съставяне на модел:

$$\begin{cases} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)12 = 1 \\ 6 \cdot \frac{1}{x-2} + 8 \cdot \frac{1}{y-6} = \frac{2}{3} \end{cases} \quad \mathbf{1 \text{ точка}}$$

Преобразуване на системата

60^{-та} НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКА
ОБЩИНСКИ КРЪГ – 12.02.2011 г.
КРИТЕРИИ ЗА ОЦЕНКА

$$\begin{cases} 12x + 12y = xy \\ 18x + 11y - 90 = xy \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 12x + 12y = xy \\ y = 6x - 90 \end{cases}, x > 15 \quad \mathbf{3 \text{ точки}}$$

$$x^2 - 29x + 180 = 0$$

И получаване $x_1 = 20$ часа и $x_2 = 9$ часа – не е решение $\mathbf{1,5 \text{ точки}}$

Намиране на $y = 30$ часа $\mathbf{0,5 \text{ точки}}$