

60^{-та} НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКА
ОБЩИНСКИ КРЪГ – 12.02.2011 г.
КРИТЕРИИ ЗА ОЦЕНКА

XI клас

1зад.

За записване на числата x, y, z и t и връзките $x + t = 7, y + z = 6$ **0,5 точки**

За записване на $x, y, 6 - y, 7 - x$ **0,5 точки**

От геометричната прогресия $y^2 = x(6 - y)$ **1 точка**

От аритметичната прогресия $2(6 - y) = y + 7 - x, x = 3y - 5$ **1 точка**

За заместване и получаване на $4y^2 - 23y + 30 = 0$ **1 точка**

За намиране на корените $y_1 = 2$ и $y_2 = \frac{15}{4}$ **1 точка**

За намиране на $x_1 = 1$ и $x_2 = \frac{25}{4}$ **1 точка**

За намиране на числата 1, 2, 4, 6 и $\frac{25}{4}, \frac{15}{4}, \frac{9}{4}, \frac{3}{4}$ **1 точка**

2зад.

а) Прилагане формулите на Виет $x_1 + x_2 = \sin^2 \alpha$ и $x_1 x_2 = -\cos^2 \alpha$

$x_1 x_2 \geq -1$ и $x_1 \neq 0$ и $x_2 \neq 0$

преобразуване на $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = -1$ и получаване на $x_1 + x_2 = -x_1 x_2$ **1.5 точки**

За получаване на α :

$$\sin^2 \alpha = \cos^2 \alpha$$

$$\operatorname{tg}^2 \alpha = 1$$

$$\alpha = \frac{\pi}{4} \text{ или } \alpha = \frac{3\pi}{4}$$

1.5 точки

б) Определяне на $\angle ACB = \frac{\pi}{4}$ и $S = \frac{1}{2} AC \cdot BC \cdot \sin \angle ACB$ **1 точка**

60^{-та} НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКА
 ОБЩИНСКИ КРЪГ – 12.02.2011 г.
 КРИТЕРИИ ЗА ОЦЕНКА

Намиране на

$$M = -\log_2 \left(\log_2 \sqrt[4]{\sqrt{2}} \right) = -\log_2 \left(\log_2 \sqrt[8]{2} \right) = -\log_2 \left(\log_2 \sqrt[8]{2} \right) = -\log_2 \left(\log_2 2^{\frac{1}{8}} \right) = -\log_2 \frac{1}{8} = \log_2 2^3 = 3$$

1 точка

Намиране на

$$N = \left(\frac{1}{2} \log_2 16 - 3 \log_2 \frac{1}{4} + \frac{2}{5} \log_2 32 + 2 \log_2 \frac{1}{8} \right) \cdot \sqrt{2} = \left(\frac{1}{2} \cdot 4 - 3 \cdot (-2) + \frac{2}{5} \cdot 5 + 2 \cdot (-3) \right) \cdot \sqrt{2} = 4\sqrt{2} \quad 1 \text{ точка}$$

Намиране на лицето на $\triangle ABC$: $S = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4 \cdot \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 6 \text{ cm}^2$

1 точка

3 зад.

Определяне, че $\triangle AKM$ и $\triangle BLM$ са равностранни

1 точка

Извод, че $KM = AM$, $ML = BM$ и $KM + ML = a$ ($KM = x$, $ML = y$)

0,5 точки

Извод, че $\sphericalangle KML = 60^\circ$

0,5 точки

Определяне лицето на $\triangle KLM$: $S = \frac{1}{2} KM \cdot ML \cdot \sin 60^\circ = \frac{1}{4} xy \sqrt{3}$

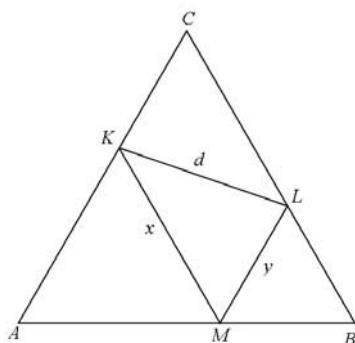
1 точка

Прилагане на косинусова теорема на $\triangle KLM$:

$$d^2 = x^2 + y^2 - 2xy \cos 60^\circ$$

2 точки

$$d^2 = (x + y)^2 - 2xy - 2xy \frac{1}{2}$$



Определяне на $xy = \frac{a^2 - d^2}{3}$

1 точка

Определяне на $S = \frac{1}{4} xy \sqrt{3} = \frac{(a^2 - d^2) \sqrt{3}}{12}$

1 точка