МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО, МЛАДЕЖТА И НАУКАТА
София - 1000, бул. „Дондуков" 2а, тел.: 02 9217799
РЕГИОНАЛЕН ИНСПЕКТОРАТ ПО ОБРАЗОВАНИЕТО – ВЕЛИКО ТЪРНОВО
гр. Велико Търново – 5002, ул. „Арх. Георги Козаров" 1, тел.062 616314, факс 062 628037, п.к. 52

60-та НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКА
ОБЩИНСКИ КРЪГ – 12.02.2011 г.
КРИТЕРИИ ЗА ОЦЕНКА

X клас

1зад.

а) 1) При $k = 1$ уравнението има корен $x=\frac{7}{5}$ ***1 точка***

2) При к $\neq 1$ $D \geq 0$ Намиране на $D=k^2+8k+16-4(k-1)(2k+5)=-7k^2-4k+36$

1 точка

За намиране на $k_1=2$ и $k_2=-\frac{18}{7}$ ***1 точка***

За определяне на $k\in\left[-\frac{18}{7};1\right)\cup(1;2]$ ***1 точка***

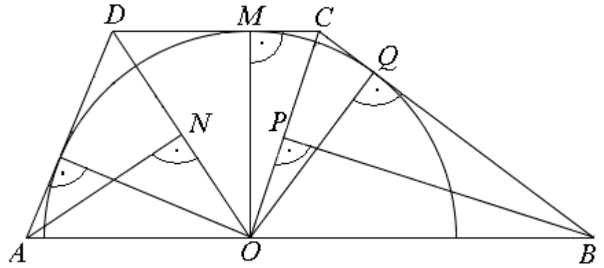
б) $f(x)>0$ за всяко x когато а > 0 D < 0

$$\begin{vmatrix} a>0 \\ D<0 \end{vmatrix} \Rightarrow \begin{vmatrix} k-1>0 \\ 7k^2+4k-36>0 \end{vmatrix} \Rightarrow \begin{vmatrix} k>1 \\ k\in\left(-\infty;-\frac{18}{7}\right)\cup(2;+\infty) \end{vmatrix} \Rightarrow k\in(2;+\infty)$$ ***3 точки***

2зад.

I начин

За чертеж ***0,5 точки***



$OM \perp CD$

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО, МЛАДЕЖТА И НАУКАТА
София - 1000, бул. „Дондуков" 2а, тел.: 02 9217799
РЕГИОНАЛЕН ИНСПЕКТОРАТ ПО ОБРАЗОВАНИЕТО – ВЕЛИКО ТЪРНОВО
гр. Велико Търново – 5002, ул. „Арх. Георги Козаров" 1, тел.062 616314, факс 062 628037, п.к. 52

60-та НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКА
ОБЩИНСКИ КРЪГ – 12.02.2011 г.
КРИТЕРИИ ЗА ОЦЕНКА

Намиране на MC от ΔOMC: $MC^2 = OC^2 - OM^2 = 13^2 - 12^2 = 25cm$ $\quad MC = 5cm$

Намиране на MD от ΔOMD: $MD^2 = OD^2 - OM^2 = 15^2 - 12^2 = 81cm$ $\quad MD = 9cm$

Намиране на $CD = 14$ *cm* **1,5 точки**

Определяне $\angle OCM = \angle OCQ = \angle BOC = \alpha \Rightarrow \Delta OBC$ - *равнобедрен* $\Rightarrow$ *BO=BC* и аналогично ΔOAD - *равнобедрен* $\Rightarrow$ *AO=AD* **1,5 точки**

Определяне $\Delta OBP \sim \Delta COM \Rightarrow \dfrac{BO}{CO} = \dfrac{OP}{MC} \Rightarrow \dfrac{BO}{13} = \dfrac{6,5}{5} \Rightarrow BO = 16,9\ cm = BC$ **2 точки**

Аналогично определяне, че $AO = 12,5\ cm = AD$ **1 точка**

Намиране на периметъра на трапеца $P_{ABCD} = 72,8\ cm$ **0,5 точки**

II начин

За чертеж **0,5 точки**

$OM \perp CD$

Намиране на MC от ΔOMC: $MC^2 = OC^2 - OM^2 = 13^2 - 12^2 = 25cm$ $\quad MC = 5cm$

Намиране на MD от ΔOMD: $MD^2 = OD^2 - OM^2 = 15^2 - 12^2 = 81cm$ $\quad MD = 9cm$

Намиране на $CD = 14$ *cm* **1,5 точки**

Определяне $\angle OCM = \angle OCQ = \angle BOC = \alpha \Rightarrow \Delta OBC$ - *равнобедрен* $\Rightarrow$ *BO=BC* и аналогично ΔOAD - *равнобедрен* $\Rightarrow$ *AO=AD* **1,5 точки**

От ΔOMC $\cos\alpha = \dfrac{MC}{OC} = \dfrac{5}{13}$, от ΔOBC $\cos\alpha = \dfrac{OP}{OB} = \dfrac{5}{13} \Rightarrow OB = \dfrac{OP}{\cos\alpha} = \dfrac{13}{2} : \dfrac{5}{13} = \dfrac{169}{10} = 16,9 = BC$

2 точки

Аналогично определяне, че $AO = 12,5\ cm = AD$ **1 точки**

Намиране на периметъра на трапеца $P_{ABCD} = 72,8\ cm$ **0,5 точки**

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО, МЛАДЕЖТА И НАУКАТА
София - 1000, бул. „Дондуков" 2а, тел.: 02 9217799
РЕГИОНАЛЕН ИНСПЕКТОРАТ ПО ОБРАЗОВАНИЕТО – ВЕЛИКО ТЪРНОВО
гр. Велико Търново – 5002, ул. „Арх. Георги Козаров" 1, тел.062 616314, факс 062 628037, п.к. 52

60-та НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКА
ОБЩИНСКИ КРЪГ – 12.02.2011 г.
КРИТЕРИИ ЗА ОЦЕНКА

3зад.

а) $\sqrt[3]{20+14\sqrt{2}}+\sqrt[3]{20-14\sqrt{2}}=$

$= \sqrt[3]{8+12\sqrt{2}+12+2\sqrt{2}}+\sqrt[3]{8-12\sqrt{2}+12-2\sqrt{2}}=$ ***1 точка***

$= \sqrt[3]{\left(2+\sqrt{2}\right)^3}+\sqrt[3]{\left(2-\sqrt{2}\right)^3}=$ ***1 точка***

$= 2+\sqrt{2}+2-\sqrt{2}=4$ ***1 точка***

б) $\dfrac{1}{2^x-1}<\dfrac{1}{1-2^{x-1}}$

Полагане $2^x=y>0$ и получаване на $\dfrac{1}{y-1}<\dfrac{1}{1-y.2^{-1}}$ ***1 точка***

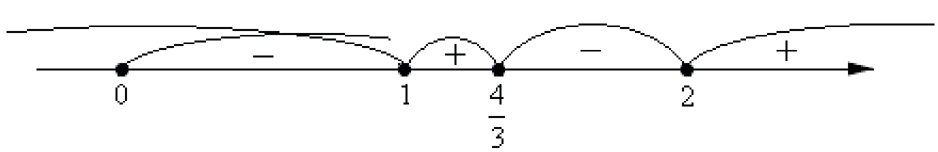
Намиране на решенията за y

$\dfrac{1}{y-1}-\dfrac{2}{2-y}<0$

$\dfrac{4-3y}{(y-1)(2-y)}<0 \quad y\neq 1; \qquad y\neq 2$

$y\in(-\infty;1)\cup\left(\dfrac{4}{3};2\right)$ и съобразяване, че $y>0$

$y\in(0;1)\cup\left(\dfrac{4}{3};2\right)$ ***1,5 точки***



Намиране на решенията за x

60-та НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКА
ОБЩИНСКИ КРЪГ – 12.02.2011 г.
КРИТЕРИИ ЗА ОЦЕНКА

$$0<2^x<1\cup\frac{4}{3}<2^x<2$$

$$0<2^x<2^0\cup 2^{\log_2\frac{4}{3}}<2^x<2^1 \Leftrightarrow x<0\cup\log_2\frac{4}{3}<x<1$$

$x\in(-\infty;0)\cup\left(\log_2\frac{4}{3};1\right)$ ***1,5 точки***