

LX Национална олимпиада по математика - общински кръг
София, 12 февруари 2011 година
9. клас

1. Решете:

а) уравнението $\sqrt{2x+3} - \sqrt{4-x} = 2$ **3 точки**

б) системата
$$\begin{cases} x^2 + 6xy + 2y^2 - 3x = 0 \\ 2x^2 + 3xy - 3y^2 - 4x = 0 \end{cases}$$
 4 точки

2. Даден е изразът $M = \sqrt{\frac{a+9}{3}} - 2\sqrt{a} - \sqrt{3}$.

а) Опростете израза M . **3 точки**

б) Намерете числената стойност на M при $a = \frac{1}{9} \left(\frac{x_1}{x_2^2} + \frac{x_2}{x_1^2} \right)$,

където x_1 и x_2 са корените на уравнението $3x^2 - 9x - 2 = 0$.

4 точки

3. Дадено е уравнението $\frac{2\sqrt{2}a}{x-\sqrt{2}} - \frac{2a^2x+2x+4a}{x^2-2} + \frac{2}{x+\sqrt{2}} = -1$.

Намерете стойностите на реалния параметър a , за които:

а) корените на уравнението са реални противоположни числа.

3 точки

б) уравнението има единствен реален корен.

4 точки