

LX Национална олимпиада по математика - общински кръг
София, 12 февруари 2011 година
8. клас

1. В правоъгълна координатна система Oxy са дадени точките $A(a; 0)$ и $B(0; b)$, където

$$a = 2(\sqrt{54} + \sqrt{1,5}) - \sqrt{150} + (1 - \sqrt{6})^2 - \sqrt{(-2)^6},$$

$$b = \sqrt{2 + \sqrt{3}} \cdot \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{3}}} \cdot \sqrt{2 - \sqrt{2 + \sqrt{3}}}.$$

а) Намерете линейната функция, чиято графика е правата AB

3 точки

б) Постройте вектора \vec{OC} , ако $\vec{OC} = 3\vec{OA} - 2\vec{OB}$ и докажете, че точка C лежи на правата AB .

4 точки

2. Ъглополовящата на $\angle ABD$ в успоредника $ABCD$ пресича диагонала AC в точка P , а страната AD – в точка M , като $AP : PC = 1 : 2$.

а) Докажете, че правите BP и BC са перпендикулярни.

3 точки

б) Ако N е средата на CD и $BN = 12$ cm, намерете дължините на диагонала AC и отсечката MN .

4 точки

3. От съд с вместимост 50 литра, пълен догоре с чист спирт, отлели известно количество и го допълнили с вода. След това отлели два пъти по-голямо количество от първия път и отново допълнили с вода. Колко литра спирт са отлели първия път, ако накрая в съда е останал спиртен разтвор с концентрация 12%.

7 точки