

**LX Национална олимпиада по математика - общински кръг**  
**София, 12 февруари 2011 година**  
**Критерии за оценяване**

**6. клас**

**1. Пресметнете стойността на израза**  $M = (-a^2 \cdot a^{-3}) : b^{-1} - b^{-1} \cdot b^0 \cdot (-a)^1$ ,  
 където  $a = |-0,1 + 0,01| - 0,09 : (-0,1) - (-3,7) \cdot 0,03 \cdot (-90)$ , а  $b$  е числото, за  
 което е вярно равенството  $\left(-\frac{7}{10} + 1\frac{14}{15} - \frac{3}{10}\right) : (-b) = -\frac{4}{9} + 10 : 54$ . 7 т.

Намерено:

$$a = |-0,09| + 0,9 - 9,99 = 0,09 + 0,9 - 9,99 = -9; \quad 2 \text{ т.}$$

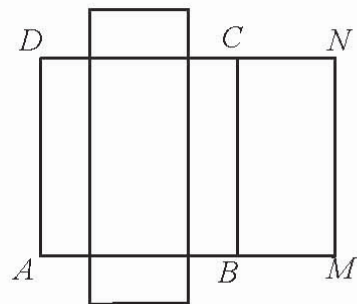
$$\left(-1 + 1\frac{14}{15}\right) : (-b) = -\frac{4}{9} + \frac{10}{54} \Rightarrow \frac{14}{15} : (-b) = -\frac{12}{27} + \frac{5}{27}$$

$$\Rightarrow \frac{14}{15} : (-b) = -\frac{7}{27} \Rightarrow (-b) = \frac{14}{15} : \left(-\frac{7}{27}\right) \Rightarrow b = \frac{18}{5} = 3,6; \quad 2 \text{ т.}$$

$$M = \left(-\frac{a^2}{a^3}\right) \cdot \frac{1}{b} - \frac{1}{b} \cdot 1 \cdot (-a) = -\frac{b}{a} + \frac{a}{b}; \quad 2 \text{ т.}$$

$$M = -\frac{b}{a} + \frac{a}{b} = -\frac{3,6}{-9} + \frac{-9}{3,6} = 0,4 - 2,5 = -2,1. \quad 1 \text{ т.}$$

**2. На чертежа е дадена развивката на правоъгълен паралелепипед. Четириъгълникът ABCD е квадрат с лице  $144 \text{ cm}^2$ , а периметърът на правоъгълника AMND е  $64 \text{ cm}$ .**



**а) Намерете измеренията на паралелепипеда.** 4 т.

**б) Определете с колко процента ще се измени обемът на паралелепипеда, ако едно от измеренията увеличим 6 пъти, а останалите две измерения намалим 2 пъти.** 3 т.

Намерено:

а)  $144 = 2^4 \cdot 3^2 = 12^2 \Rightarrow AB = 12 \text{ cm}$  (едно от измеренията на паралелепипеда); 1 т.

От  $AD = MN = 12 \text{ cm}$  и  $P_{AMND} = 2 \cdot AD + 2 \cdot AM$  получаваме, че

$$64 = 2 \cdot 12 + 2 \cdot AM \Rightarrow AM = 20 \text{ cm}; \quad 1 \text{ т.}$$

$$BM = AM - AB = 20 - 12 = 8 \text{ cm}$$
 (второто измерение на паралелепипеда); 1 т.

$$\text{Третото измерение е равно на } (AB - 8 \text{ cm}) : 2 = 2 \text{ cm}. \quad 1 \text{ т.}$$

б) Намерено:

обемът на паралелепипеда  $V = a \cdot b \cdot c$ , където измеренията на паралелепипеда са  $a = 12 \text{ cm}$ ,  $b = 8 \text{ cm}$ ,  $c = 2 \text{ cm}$  (може да се намери и стойността му  $V = a \cdot b \cdot c = 12 \cdot 8 \cdot 2 = 192 \text{ cm}^3$ ); 1 т.

След изменението обемът ще е равен на  $V_1 = 6 \cdot a \cdot \frac{b}{2} \cdot \frac{c}{2} = \frac{3}{2} a \cdot b \cdot c = 1,5V$  (може да се намери и стойността му  $V_1 = 288 \text{ cm}^3$ ); 1 т.

Следователно обемът ще се увеличи с 50% (може да се намери и като се използват пресметнатите стойности на двата обема  $\frac{288-192}{192} \cdot 100\% = 50\%$ ). 1 т.

**3. В правоъгълна координатна система с мерна единица 1 cm изобразете точките  $A(x; x)$ ,  $B(-x; x)$  и  $C(-x; -x)$ ,**

където  $x = \frac{-6^4 \cdot 18^4}{(-16)^2 \cdot 81^3} - 2$ . Намерете координатите на точките, разстоянието от които до правата  $AB$  е 2 cm, а до правата  $BC$  е 3 cm. 7 т.

Намерено:

$$x = \frac{-2^4 \cdot 3^4 \cdot 2^4 \cdot 3^8}{2^8 \cdot 3^{12}} - 2 = -3.$$

2 т.

Изобразени точките

$A(-3; -3)$ ,  $B(3; -3)$  и  $C(3; 3)$ .

1 т.

Построени правите  $a$  и  $b$ , които са на разстояние 2 cm от  $AB$ , и правите  $c$  и  $d$ , които са на 3 cm от  $BC$ .

2 т.

Намерени координатите на пресечните им точки  $M(0; -5)$ ,  $N(6; -5)$ ,  $P(6; -1)$  и  $Q(0; -1)$ .

2 т.

