

LX Национална олимпиада по математика - общински кръг
София, 12 февруари 2011 година

Критерии за оценяване

5. клас

1. Намерете числото, което е с 20,11 по-малко от произведението на числата a , b и c , където

$$a = 87,3 \cdot 0,3 + 0,3 \cdot 12,7,$$

$$b \text{ е числото, за което е изпълнено равенството } 7,5 : b = 2,5 \cdot 0,5 - 0,5,$$

и c е равно на най-голямата десетична дроб, която се записва с две цифри след десетичната запетая и е по-малка от 1,1.

7 т.

Намерено:

$$a = 0,3 \cdot (87,3 + 12,7) = 0,3 \cdot 100 = 30; \quad 2 \text{ т.}$$

$$7,5 : b = 1,25 - 0,5; \quad 1 \text{ т.}$$

$$7,5 : b = 0,75 \Rightarrow b = 7,5 : 0,75 = 10; \quad 1 \text{ т.}$$

$$c = 1,09; \quad 1 \text{ т.}$$

$$a \cdot b \cdot c = 30 \cdot 10 \cdot 1,09 = 327; \quad 1 \text{ т.}$$

$$\text{Търсеното число е равно на } 327 - 20,11 = 306,89. \quad 1 \text{ т.}$$

2. Даден е правоъгълник $ABCD$ със страни $AB = 24$ м и $BC = 14$ м. Точка M е средата на страната AB , а точка N – средата на страната BC .

а) Намерете лицето на триъгълника DMN . **3 т.**

б) Ако разстоянието от средата P на страната CD до правата DN е равно на 3,36 м, намерете разстоянието от точка M до правата DN . **4 т.**

Намерено:

$$\text{а) } S_{ABCD} = 24 \cdot 14 = 336 \text{ кв. м; } \quad 0,5 \text{ т.}$$

$$S_{DNC} = 84 \text{ кв. м; } S_{AMD} = 84 \text{ кв. м; } S_{MBN} = 42 \text{ кв. м; } \quad 1,5 \text{ т.}$$

$$S_{MND} = 336 - (84 + 84 + 42) = 126 \text{ кв. м.}$$

б) Построени разстоянията $PQ = 3,36$ м и MH . 1 т.

I начин: Намерено:

$$S_{PND} = \frac{DP \cdot NC}{2} = 42 \text{ кв. м;}$$

$$S_{PND} = 0,5 \cdot DN \cdot PQ \Leftrightarrow 42 = 0,5 \cdot DN \cdot 3,36$$

$$\Rightarrow 42 = 1,68 \cdot DN \Rightarrow DN = 42 : 1,68 = 25 \text{ м; 2 т.}$$

$$S_{DMN} = 0,5 \cdot DN \cdot MH \Leftrightarrow 126 = 0,5 \cdot 25 \cdot MH$$

$$\Rightarrow 126 = 12,5 \cdot MH \Rightarrow MH = 126 : 12,5 = 10,08 \text{ м.}$$

II начин: Намерено:

$$S_{PND} = \frac{DP \cdot NC}{2} = 42 \text{ кв. м и от } 126 : 42 = 3 \text{ следва, че лицето на триъгълника}$$

DPN е 3 пъти по-голямо от лицето на DNM . 1 т.

Но двата триъгълника имат обща страна DN и от $S_{DNP} = 0,5 \cdot DN \cdot PQ$ и

$S_{DNM} = 0,5 \cdot DN \cdot MH$ следва, че MH е 3 пъти по-голяма от PQ , т.е. $MH = 3 \cdot 3,36 =$

$10,08$ м. 2 т.

3. Разстоянието между градовете A и B е $398,5$ км. В 12 часа от град A за град B тръгнала лека кола със скорост 75 км/ч. Когато колата била изминала 30 км, от град B за град A тръгнал камион. Колата и камионът се срещнали в 15 ч 36 мин. Намерете с каква скорост се е движил камионът, ако преди срещата колата е спирала 6 минути, за да зареди с бензин. 7 т.

Намерено:

15 ч 36 мин $- 12$ ч $= 3$ ч 36 мин е времето, изминало от тръгването на леката кола до срещата; 1 т.

3 ч 36 мин $- 6$ мин $= 3$ ч 30 мин $= 3,5$ ч е пътувала леката кола до срещата; 1 т.

$3,5 \cdot 75 = 262,5$ км е разстоянието от град A до срещата; 1 т.

$398,5 - 262,5 = 136$ км е пътувал камионът; 1 т.

$30 : 75 = 0,4$ ч е пътувала колата, преди тръгването на камиона; 1 т.

3 ч 36 мин $= 3 + 36 : 60 = 3 + 0,6 = 3,6$ ч; $3,6 - 0,4 = 3,2$ ч е пътувал камионът; 1 т.

$136 : 3,2 = 42,5$ км/ч е скоростта на камиона; 1 т.

