

LX Национална олимпиада по математика - общински кръг
София, 12 февруари 2011 година
10. клас

1. а) Намерете най-малката и най-голямата стойност на функцията $y = -x^2 + 6x - 4$ при $x \in [0; 4]$. **3 точки**

б) Намерете за кои стойности на параметъра a най-малката стойност на функцията $f(x) = a(x^2 - 6x + 4)^2 - a(6x - x^2) - 1$ при $x \in [0; 4]$ е равна на -13 . **4 точки**

2. Решете неравенството $\frac{(x^4 - 8)(x^2 - 2x - 3)^{2010}}{(9 - x^2)^{1009} \cdot (2x - 6)^{1001}} \leq 0$ и проверете дали числото $a = \left(\frac{3}{\sqrt[3]{9}} - \sqrt[3]{4}\right) \left(\sqrt[3]{72} + \sqrt[3]{96} + \sqrt[3]{128}\right)$ е негово решение.

7 точки

3. Нека $f(x) = x^2 - 2mx + 8$, където m е реален параметър. Намерете стойностите на m , за които:

а) уравнението $f(x) = 0$ има реални корени x_1 и x_2 , за които $|x_1 - x_2| \leq 1$. **3 точки**

б) неравенството $f(x) \geq 0$ е изпълнено за всяко цяло число x .

4 точки