КРАТКИ ПРИМЕРНИ РЕШЕНИЯ,
УКАЗАНИЯ, УПЪТВАНИЯ, ОТГОВОРИ НА ЗАДАЧИТЕ И ОЦЕНЯВАНЕ

12февруари 2011г.

12.1 а) полагаме $\sqrt{\frac{2x-1}{y+2}}$ = t>0, където $y \neq -2$; $\sqrt{\frac{y+2}{2x-1}} = \frac{1}{t}$, където $x \neq \frac{1}{2}$,

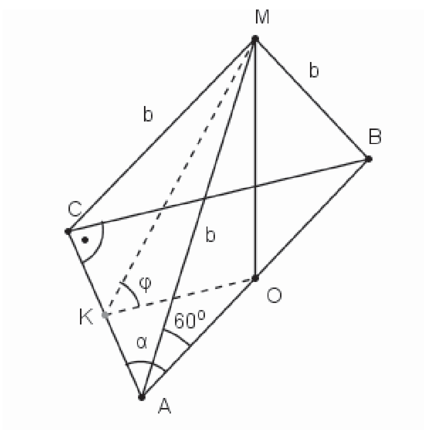
от x+y= 12 $\Rightarrow$ x>0,y>0; решава се уравнението $t+\frac{1}{t}=2$; после

$\sqrt{\frac{2x-1}{y+2}}$ =1 и се получава 2x-y=3 ; системата $\left|\begin{array}{l}2x-y=3\\ x+y=12\end{array}\right.$ има решение $(5;7)$

5т.

б) к= 2, А = $\frac{3}{4}$ **2 т.**

12.2 а) Околните ръбове AM=BM=CM $\Rightarrow$ ортогоналната проекция на върха M на пирамидата върху равнината на основата ABC е т.O център на описаната окръжност около ΔABC ($\angle C = 90^0$) $\Rightarrow$ т. O среда на AB; $\Rightarrow$ OM=h



OA=OB=OC=$\frac{AB}{2}$ (проекци на равни околни ръбове)

$\Rightarrow \angle$OAM=$\angle$OBM=$\angle$OCM =60^0 $\Rightarrow$ ΔABM равностранен $\Rightarrow$ AB=b.

от ΔAOM

($\angle$AOM=90^0; $\angle$OAM=60^0) $\Rightarrow$ OM=bsin60^0=b$\frac{\sqrt{3}}{2}$=h

от ΔABC($\angle$ACB=90^0; $\angle$BAC=α) $\Rightarrow$ AC=ABcosα=bcosα;

$S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}AC.AB.\sin\alpha=\frac{1}{2}$ bcosα.bsin$\alpha=\frac{1}{4}b^2\sin 2\alpha$

$V_{ABCM}=\frac{1}{3}S_{\Delta ABC}.h=\frac{1}{3}.\frac{1}{4}b^2\sin 2\alpha.b\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\sqrt{3}}{24}b^3\sin 2\alpha$ **5 т.**

б) означаваме височината на околната стена (ACM) с MK$\perp$AC;
OK || BC,защото BC$\perp$AC; от OK$\perp$AC $\Rightarrow$ $\angle$OKM – търсения .

Означаваме $\angle$ OKM =φ.ОтΔKOM (MO$\perp$KO) $\Rightarrow$ tg$\varphi=\frac{OM}{OK}$;

OK средна отсечка в ΔABC $\Rightarrow$ OK=$\frac{BC}{2}$; отΔABC BC=ABsinα $\Rightarrow$ OK=$\frac{b\sin\alpha}{2}$

$\Rightarrow$ tg$\varphi=\frac{2b\sin 60^0}{b\sin\alpha}=\frac{\sqrt{3}}{\sin\alpha}$ **2т.**

12.3. Преобразуване на уравнението до $3x^2+2x(n-m)-mn=0$

$Д=(n-m)^2+3mn=n^2+m^2+mn\geq 0\Rightarrow$ полученото уравнение има реални корени .

Означаваме $3x^2+2x(n-m)-mn.=f(x)$, доказва се, че $f\left(\frac{m}{3}\right)<0$,

че $f\left(\frac{2m}{3}\right)>0$, че $f\left(\frac{m}{3}\right)\left(\frac{2m}{3}\right)<0\Rightarrow$ единият корен е в $\left(\frac{m}{3};\frac{2m}{3}\right)$.

Доказва се, че $f\left(-\frac{2n}{3}\right)>0$, , че $f\left(-\frac{n}{3}\right)<0$, че $f\left(-\frac{2n}{3}\right)\left(-\frac{n}{3}\right)<0\Rightarrow$

другият корен е в $\left(-\frac{2n}{3};-\frac{n}{3}\right)$ **7 т.**