



МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО, МЛАДЕЖТА И НАУКАТА
РЕГИОНАЛЕН ИНСПЕКТОРАТ ПО ОБРАЗОВАНИЕТО - СМОЛЯН

бул. "България" 14, тел./факс 0301 62453; 62406; 62856,
e-mail: rio_sm@infotel.bg

60-а Олимпиада по математика
общински кръг – 12. 02. 2011 год.

ТЕМА ЗА XII КЛАС

Задача 1. а) Да се реши системата:
$$\begin{cases} \sqrt{\frac{2x-1}{y+2}} + \sqrt{\frac{y+2}{2x-1}} = 2 \\ x + y = 12 \end{cases}$$

б) Намерете $A = \frac{2\log_{k^2} 72 - \log_k 9}{\frac{2}{3}\log_k 64}$ ако стойността на k е равна на $y-x$,

където x и y са решенията на системата от подточка а).

Задача 2. Дадена е пирамида $ABCM$, основата на която е правоъгълният триъгълник ABC с $\angle ACB = 90^\circ$ и $\angle BAC = \alpha$. Околните ръбове са равни на b и сключват с равнината на основата ъгъл 60° .

а) Да се намери обемът на пирамидата.

б) Намерете ъгъла, който околната стена (ACM) сключва с равнината на основата.

Задача 3. Нека m и n са положителни числа. Да се докаже, че уравнението

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x-m} + \frac{1}{x+n} = 0$$

има реални корени и единият от тях е в интервала $\left(\frac{m}{3}; \frac{2m}{3}\right)$, а

другият е в интервала $\left(-\frac{2n}{3}; -\frac{n}{3}\right)$.

Време за работа : 4 астрономически часа
Всяка задача се оценява с по 7 точки

Желаем Ви успех!