## КРАТКИ <u>ПРИМЕРНИ</u> РЕШЕНИЯ,
### УКАЗАНИЯ, УПЪТВАНИЯ, ОТГОВОРИ НА ЗАДАЧИТЕ И ОЦЕНЯВАНЕ

**12февруари 2011г.**

**11.1** **а)**

$$a_2 + a_8 = 8$$

$$a_1 + d + a_1 + 7d = 8$$

$$a_1 + 4d = 4 \quad \Rightarrow \quad a_1 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 + a_7 + a_9 =$$

$$= a_1 + a_1 + 2d + a_1 + 3d + a_1 + 4d + a_1 + 5d + a_1 + 6d + a_1 + 9d =$$

$$= 7a_1 + 28d = 7\left(a_1 + 4d\right) = 7.4 = 28$$

**б)** **2 т.**

$$2^{\log_2\left(\frac{1}{2}\log_{\sqrt{2}} 4\right)} = \frac{1}{2}\log_{\sqrt{2}} 4 = 2$$

$$\sin 15^0.\cos 75^0 = \sin 15^0.\cos 15^0 = \frac{1}{2}\sin 30^0 = \frac{1}{2}.\frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

$$\left(\left(\sqrt{\sqrt{2}}\right)^{-4}.\left(\sqrt{2\sqrt{2}}\right)^{4}\right)^{2} = \left(\left(2^{\frac{1}{4}}\right)^{-4}.\left(2^{\frac{1}{2}}.2^{\frac{1}{4}}\right)^{4}\right)^{2} = \left(2^{-1}.2^2.2\right)^2 = 16$$

Числата $\frac{1}{4}, 2, 16$ образуват растяща геометрична прогресия

$$\Rightarrow \quad a_5 = \frac{1}{4}.8^4 = 2^{10} = 1024$$

и числата $16, 2, \frac{1}{4}$ образуват намаляваща геометрична прогресия

$$\Rightarrow \quad a_5 = 16.\left(\frac{1}{8}\right)^4 = \frac{1}{2^8} = \frac{1}{256}$$ **5 т.**

**11.2**

$$\frac{3^{2x+1} - 31.3^x - 19}{3^{x+1} - 1} \le -1 \iff \frac{3^{2x}.3 - 31.3^x - 19}{3^x.3 - 1} + 1 \le 0$$

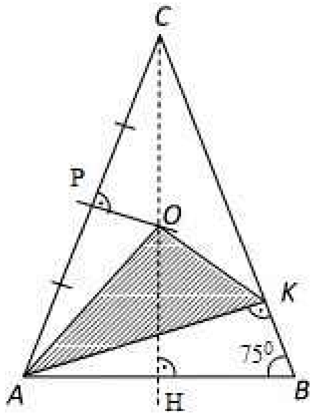
*полагаме* $3^x = y > 0$ $\quad \frac{3y^2 - 28y - 20}{3y - 1} \le 0$ ДС: $y \ne \frac{1}{3};\ y > 0$

Решаваме неравенството и намираме $y \in \left(\frac{1}{3}; 10\right] \quad \Rightarrow \quad x \in \left(-1; \log_3 10\right]$

От получения интервал следва, че целите числа, решения на неравенсвото са 0; 1; 2

**7 т.**

**11.3**




• $\Delta ABC$ – равнобедрен и CH – височина следователно тя е и симетрала, т.е. центърът на описаната около триъгълника окръжност (т. O) лежи върху CH. Затова AO = OC = R;

• Намираме AO:

º $\Delta ABC$ – равнобедрен и

$\sphericalangle A = \sphericalangle B = 75^0 \Rightarrow \sphericalangle C = 180^0 - 2.75^0 = 30^0$

º От Синусова теорема за $\Delta ABC$

$$\Rightarrow \frac{AB}{\sin 30^0} = 2R \quad \Rightarrow \quad R = AO = \frac{6}{\frac{1}{2}.2} = 6$$

• Намираме $\sphericalangle OAK$ като част от $\sphericalangle BAC$;

От правоъгълният $\Delta AHC \Rightarrow \sphericalangle ACH = 90^0 - 75^0 = 15^0$

OP – симетрала на AC (защото т.O е център на описаната окръжност) $\Rightarrow \sphericalangle OAC = \sphericalangle OCA = 15^0$

От правоъгълният $\Delta ABK \Rightarrow \sphericalangle BAK = 90^0 - 75^0 = 15^0$

$\sphericalangle OAK = \sphericalangle CAH - (\sphericalangle OAC + \sphericalangle BAK) = 75^0 - (15^0 + 15^0) = 45^0$

• Намираме AK:

$$\Rightarrow \sin 75^0 = \sin\left(45^0 + 30^0\right) = \frac{\sqrt{2}}{4}\left(\sqrt{3}+1\right)$$

От правоъгълния $\Delta ABK$ $\frac{AK}{AB} = \sin 75^0 \quad \Rightarrow \quad AK == 6.\frac{\sqrt{2}}{4}\left(\sqrt{3}+1\right) = \frac{3\sqrt{2}}{2}\left(\sqrt{3}+1\right)$

$$\bullet S_{\Delta KAO} = \frac{1}{2} OA.AK.\sin 45^0 = \frac{1}{2}.6.\frac{3\sqrt{2}}{2}\left(\sqrt{3}+1\right).\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{9}{2}.\left(\sqrt{3}+1\right)$$

**7 т.**