

РЕГИОНАЛЕН ИНСПЕКТОРАТ ПО ОБРАЗОВАНИЕ – СЛИВЕН

ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКА ОБЩИНСКИ КРЪГ – 12.02.2011 ГОД.

ТЕМА ЗА XI КЛАС

1 задача.

а) При кои стойности на параметъра a , числата 1 , $\lg(1-a)$ и $\lg \frac{a^2 - 2a + 1}{1 + a^2}$ образуват в този ред аритметична прогресия .

б) С намерените стойности на параметъра a от а) да се реши уравнението $(a-2) \cdot 4^x + (2a-5) \cdot 10^x = (3a-7) \cdot 25^x$.

2 задача. Даден е остроъгълен триъгълник ABC . Точките A_1, B_1, C_1 са симетрични на ортоцентъра H спрямо страните BC, AC и AB , съответно.

а) Да се докаже , че точките A_1, B_1, C_1 лежат на описаната около триъгълника ABC окръжност.

б) Да се докаже , че за лицата на триъгълниците ABC и $A_1B_1C_1$ е изпълнено равенството $S_{A_1B_1C_1} = 8S_{ABC} \cdot \cos \alpha \cdot \cos \beta \cdot \cos \gamma$, където α, β, γ са ъглите на триъгълника ABC .

3 задача. Редицата $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$ е дефинирана с равенствата

$a_1=0$, $3a_{n+1} = a_n + \sqrt{3a_n^2 + 1}$. Да се докаже

а) $a_n < 1$ за всяко n ;

б) Редицата $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ е сходяща.

Всяка задача се оценява със 7 точки.

Време за работа 4 часа.

Пожелаваме Ви успех!

До областен кръг ще бъдат допуснати тези ученици, на които броят на точките е най-малко 16.