

60-та Национална олимпиада по математика

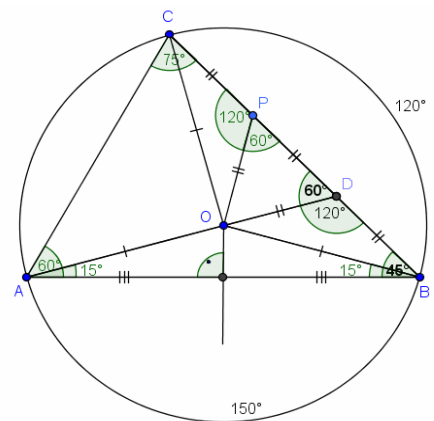
Общински кръг – февруари 2011 г.

9 клас - Критерии за оценка

- Зад.1** Д.С: $m \neq 0, mx \neq 2$ 1т.
 освобождаване от знаменател и получаване на квадратно уравнение:
 $(1-m)x^2+2x+m+1=0$ 1т.
 при $m = 1 \rightarrow x = -1 \in \text{ДО}$ 0,5 т.
 при $m \neq 1 \rightarrow D = m^2 > 0 \quad \sqrt{m} \in \text{ДО}$ 0,5 т.
 $x_1 = \frac{m+1}{m-1}; x_2 = -1$ 1 т.
 проверки: $x_1 \in \text{ДО}$ при $m \neq 2; -1$ 1 т.
 $x_2 \in \text{ДО}$ при $m \neq -2$ 1 т.
Отговор: $m=0 \rightarrow$ у-ето не е дефинирано
 $m=1$ или $m = -1$ или $m=2 \rightarrow x = -1$
 $m = -2 \rightarrow x = \frac{m+1}{m-1}$ 1 т.
 $m \neq \pm 1; \pm 2 \rightarrow x_1 = \frac{m+1}{m-1}; x_2 = -1$

- Зад 2.** $\begin{cases} |xy| = y^2 + 2 \\ x^2 + 2y^2 + 2xy = 4 \end{cases}$
 разпадане на две системи: 2 т.
 $\Leftrightarrow \begin{cases} xy \geq 0 \\ y^2 - xy + 2 = 0 \\ 2y^2 + 2xy + x^2 - 4 = 0 \end{cases} \quad | \cdot 2 + \quad \cup$
 $\begin{cases} xy \leq 0 \\ y^2 + xy + 2 = 0 \\ 2y^2 + 2xy + x^2 - 4 = 0 \end{cases} \quad | \cdot 2 -$
 $\Leftrightarrow \begin{cases} xy \geq 0 \\ x^2 + 4y^2 = 0 \\ y^2 - xy + 2 = 0 \\ x=y=0 \rightarrow \text{не е реш.} \end{cases} \quad \cup$
 $\begin{cases} xy \leq 0 \\ x^2 - 8 = 0 \\ y^2 + xy + 2 = 0 \end{cases} \quad \dots\dots\dots 2\text{т}$
 2 т.
Отг: $\begin{cases} x_1 = 2\sqrt{2}; y_1 = -\sqrt{2} \\ x_2 = -2\sqrt{2}; y_2 = \sqrt{2} \end{cases}$ 1 т.

- Зад.3.** Построена е симетралата на АВ и е
 доказано, че $OA=OB$ **-1т.**
 Доказано е, че $\triangle OBD$ е равнобедрен и $OD=BD$ **-1т.**
 Построена е отсечката OP (P среда на CD) и е доказано, че
 $\triangle ODP$ е равностранен **-2т.**
 Доказано е, че $\triangle OBD \cong \triangle COP \Rightarrow OB = OC$ следва, че
 O е център на описаната окръжност **-1т.**
 Намерени са ъглите $\angle A = 60^\circ$ и $\angle C = 75^\circ$ **- 1т.**
 Намерени са дъгите $\widehat{AB} = 150^\circ$ и $\widehat{BC} = 120^\circ$ **-1т.**



Забележка: При наличието на различни от представените решения, оценителите изготвят съответните критерии.