

**VII клас**

**Зад.1** а) Да се реши уравнението:  $\frac{x-5}{2} + \frac{x-1}{8} = \frac{10-1,5x}{-4}$ .

**3 точки**

б) Покажете, че ако  $n$  е естествено число, то  $n^3 - n$  се дели на 6.

**4 точки**

**Зад.2** Даден е правоъгълен триъгълник  $ABC$ , за който  $\angle ACB=90^\circ$ ,  $CD$  ( $D \in AB$ ) е височина,  $AL$  ( $L \in BC$ ) е ъглополовяща на  $\angle BAC$ ,  $CP$  ( $P \in AB$ ) е ъглополовяща на  $\angle BCD$ . Да се докаже, че  $CP \perp AL$ . Ако  $PM \parallel AL$  ( $M \in BC$ ) да се докаже, че  $\angle PML = \angle ACP$ .

**7 точки**

**Зад.3** Един ден отидох от вкъщи до стадиона с велосипед. На другия ден половината от този път изминах пеша, но разбрах, че скоростта ми е пет пъти по-малка отколкото с велосипеда и взех такси. Останалата част от пътя се придвижих с него. Таксито се движи пет пъти по-бързо отколкото моят велосипед. През кой от двата дни стигам по-бързо от вкъщи до стадиона?

**7 точки**

**Зад.1** а)  $\frac{x-5}{2} + \frac{x-1}{8} = \frac{10-1,5x}{-4} \Leftrightarrow 4(x-5) + (x-1) = -2(10-1,5x)$  (1 точка)  $\Leftrightarrow 2x = 1 \Leftrightarrow$  (1

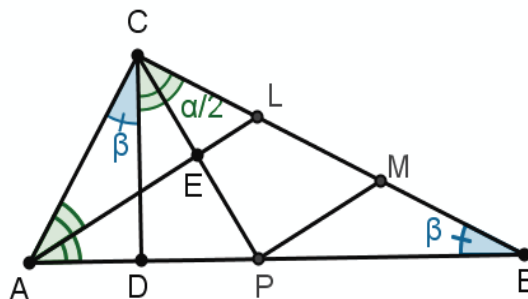
точка)  $\Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$  (1 точка).

б) За разлагането  $n^3 - n = n(n^2 - 1) = n(n-1)(n+1)$  (2 точки). За аргументиране, че от три последователни естествени числа поне едно се дели на 2 и поне едно се дели на 3, а от това  $\Rightarrow$  че произведението се дели на 6 (2 точки).

**Зад.2** Да означим острите ъгли на триъгълника  $\angle CAB = \alpha$  и  $\angle ABC = \beta$  и нека  $AL \cap CP = E$ . За доказателство, че  $\angle ACD = \beta$  и  $\angle DCB = \alpha$  (2 точки)  $\Rightarrow$   $\angle DCE = \frac{\alpha}{2}$  и от  $\triangle ACE \Rightarrow \angle AEC = 180^\circ - (\beta + 2 \cdot \frac{\alpha}{2}) = 90^\circ$

$AL \perp CP$  (3 точки). За аргументи и изразяване, че  $\angle PMC = \beta + \frac{\alpha}{2}$  (външен за  $\triangle PBM$ )  $\Rightarrow$

$\angle PMC = \angle ACP = \beta + \frac{\alpha}{2}$  (2 точки)



**Зад.3** Да означим половината от разстоянието от вкъщи до стадиона с  $S$ , а скоростта с велосипед с  $V$ . Тогава времето за изминаването на това разстояние е  $t_1 = \frac{2S}{V}$  (2 точки). Тогава времето за

изминаване на половината от разстоянието пеша е  $t_p = \frac{S}{V} = \frac{5S}{5V}$  (1 точка), а времето през, което

пътувах с такси е  $t_t = \frac{S}{5V}$  (1 точка). Общо времето за изминаване на цялото разстояние през

втория ден:  $t_2 = t_p + t_t = \frac{5S}{5V} + \frac{S}{5V} = \frac{26S}{5V}$  (2 точки). Следователно отношението

$\frac{t_1}{t_2} = \frac{2S}{V} : \frac{26S}{5V} = \frac{2S}{V} \cdot \frac{5V}{26S} = \frac{5}{13} < 1 \Rightarrow t_1 < t_2$  (1 точка).