МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО, МЛАДЕЖТА И НАУКАТА
Регионален инспекторат по образованието - гр. Перник
Ул. „Св. Св. Кирил и Методий” №11, ☎076-60-48-30

X клас

<u>Зад.1</u> а) Да се реши неравенството $\sqrt{x^2-2x+1} \geq \dfrac{2}{4-x}$ **3 точки**

б) За кои стойности на реалния параметър a уравнението $\sqrt{x^2+8x}-x=a$ има решение?
4 точки

Зад2. Да се намерят стойностите на реалният параметър a, при които графиките на функциите $f(x)=4x^2+8ax-a$ и $g(x)=4ax^2-8x+a-2$ лежат в една и съща полуравнина относно правата $y=-5$.
7 точки

<u>Зад. 3</u> Върху бедрото AC на равнобедрен ΔABC с основа AB е избрана точка D, а върху отсечката BD – точка E така, че $BD=2AD=4BE$. Да се докаже, че $\measuredangle EDC=2\measuredangle CED$.
7 точки

<u>Зад. 1</u>

а) $\sqrt{x^2-2x+1} \geq \dfrac{2}{4-x} \Leftrightarrow |x-1| \geq \dfrac{2}{4-x}$ **(1 точка)⇔** $\dfrac{|x-1|(4-x)-2}{4-x} \geq 0 \Leftrightarrow$

$\left|\begin{array}{l} x<1 \\ \dfrac{(1-x)(4-x)-2}{4-x} \geq 0 \end{array}\right.$ или $\left|\begin{array}{l} x \geq 1 \\ \dfrac{(x-1)(4-x)-2}{4-x} \geq 0 \end{array}\right.$ **(0,5 точка)**

За получаване на решенията $x \in \left(-\infty; \dfrac{5-\sqrt{17}}{2}\right] \cup [2;3] \cup (4;+\infty)$ **(1,5 точки). Ако ученикът не е съобразил** $x \neq 4$

б) При $x \geq -a$ **(0,5 точка),** уравнението $\sqrt{x^2+8x}-x=a \Leftrightarrow 2x(4-a)=a^2$ **(0,5 точка)**.

$x=\dfrac{a^2}{2(4-a)}$ е единствено решение, ако $x=\dfrac{a^2}{2(4-a)} \geq -a$ **(1 точка)**. За решаване на неравенството и определяне $a \in [0;4) \cup [8;+\infty)$ **(2 точки)**.

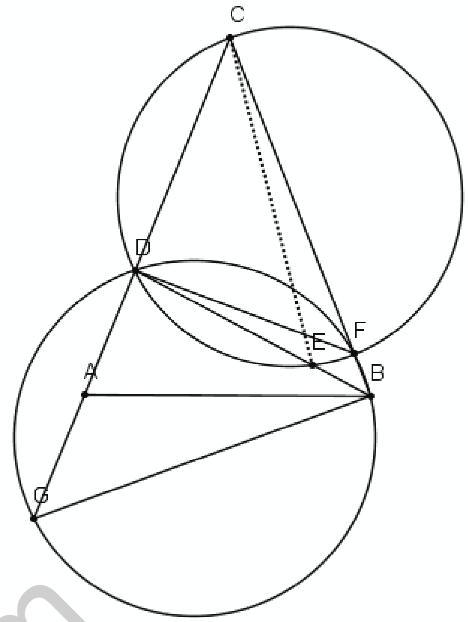
<u>Зад.2</u> От условието, че a=4>0 $\Rightarrow f(x)$ е обърната с клоните нагоре $\Rightarrow$ $f(x)=4x^2+8ax-a$ и $g(x)=4ax^2-8x+a-2$ трябва да са разположени на правата $y=-5$ **(1 точка)**. Върховете на параболите са $V_1(-a;-4a^2-a)$ и $V_2\left(\dfrac{1}{a}; a-2-\dfrac{4}{a}\right)$ **(1 точка)**

Условието е равносилно на системата: $\left|\begin{array}{l} -4a^2-a \geq -5 \\ a-2-\dfrac{4}{a} \geq -5 \\ a>0 \end{array}\right.$ **(2 точки)**

Решения на неравенствата: $a \in \left[-\dfrac{5}{4};1\right]$, $a \in [-4;0) \cup [1;\infty)$ и намерено общото решение $a=1$.

(3 точки)

Зад.3



Да означим пресечната точка на описаната около ΔDEC окръжност K с BC с точка F. Тогава за окръжността K и секущите BC и BD е изпълнено: $BF.BC=BE.BD$ **(1точка)**

И от условието на задачата $BE=\dfrac{1}{2}AD$, а $BD=2AD$ $\Rightarrow$ $BF.BC=BE.BD=AD^2$ (**1точка).** Тогава $CF.CB=(CB-FB).CB$

$\Rightarrow$ $CF.CB=CB^2-FB.CB=CB^2-AD^2=(CB-AD)(CB+AD)$ **(1 точка)**
Нека точка G е симетрична на т.D спрямо т.A. Тогава $AD=AG$, а по условие $AC=BC$ **(1 точка)**, от това $\Rightarrow$ $CF.CB=(CB-AD)(CB+AD)=CD.CG$, откъдето следва че $DFBG$ е вписан в окръжност (1 точка). $\Rightarrow$ $\measuredangle BGD=\measuredangle CFD$, но $\measuredangle CFD=\measuredangle CED$ (вписани ъгли за окр. K) **(1 точка).**

За равнобедрения $\Delta GBD \Rightarrow \measuredangle BDC=2\measuredangle BGD$ (външен ъгъл) $\Rightarrow$ $\measuredangle BDC=2\measuredangle BGD=2\measuredangle DEC$ **(2 точки).**