МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО, МЛАДЕЖТА И НАУКАТА
Регионален инспекторат по образованието - гр. Ловеч
ул. “Търговска” 43, ет.10, ☎ (068) 603806, факс (068) 603807
http://rio-lovech.hit.bg e-mail: rio_lovech@yahoo.com

60[-та] НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКА
ОБЩИНСКИ КРЪГ
12.02.2011г.

ПРИМЕРНИ РЕШЕНИЯ И КРИТЕРИИ ЗА ПРОВЕРКА И ОЦЕНКА

IX клас

1зад. а) За съставяне на системата $\begin{cases} x_1 = 4x_2 \\ x_1 + x_2 = -p \\ x_1 x_2 = 1 \end{cases}$ **1 точка**

За намиране на $x_{1,2} = \pm\frac{1}{2}$ **1 точка**

За намиране на $p = \pm\frac{5}{2}$ **1 точка**

б) За полагане $x^2 + 11 = y$ **0,5 точки**

За решаване на уравнението $\sqrt{y} = 42 - y$ и намиране решението $y = 36$ (изключване на $y = 49$) **2,5 точки**

За намиране $x = \pm 5$ **1 точка**

2зад. а) $A = \frac{x^4 - x^3 - x + 1}{x^3 - 5x^2 + 7x - 3}.|x-3|$. Разлагаме числителя на произведение от множители:

$x^4 - x^3 - x + 1 = x^3(x-1) - (x-1) = (x-1)(x^3-1) = (x-1)^2(x^2+x+1)$ **(1 точка).**

За разлагането на знаменателя:

$x^3 - 5x^2 + 7x - 3 = x^3 - 5x^2 + 5x + 2x - 3 = x^3 - 5x(x-1) + 2x - 2 - 1 = (x^3 - 1) - 5x(x-1) + 2(x-1) =$

$(x-1)(x^2 + x + 1 - 5x + 2) = (x-1)(x^2 - 4x + 3) = (x-1)^2(x-3)$ **(1 точка)**

$\Rightarrow \; A = \frac{(x-1)^2(x^2+x+1)}{(x-1)^2(x-3)}.|x-3| = \frac{(x^2+x+1)|x-3|}{x-3} \Rightarrow$

за $x \in (-\infty;1) \cup (1;3) \Rightarrow A = \frac{(x^2+x+1)(3-x)}{x-3} = -x^2 - x - 1$ **(0,5 точки)**, а за

$x \in (3;+\infty)$ $A = \frac{(x^2+x+1)(x-3)}{x-3} = x^2 + x + 1$ **(0,5 точки).**

б) $B = \frac{\sqrt{x - 2\sqrt{x-1}}}{\sqrt{x-1} - 1} = \frac{\sqrt{x - 1 - 2\sqrt{x-1} + 1}}{\sqrt{x-1} - 1} = \frac{\sqrt{\left(\sqrt{x-1} - 1\right)^2}}{\sqrt{x-1} - 1} = \frac{\left|\sqrt{x-1} - 1\right|}{\sqrt{x-1} - 1}$ **(2 точки)**

Определяне дефиниционното множество на израза $D: x \geq 1, x \neq 2$ **(1 точка)**

За $x \in [1;2) \Rightarrow B = -1$ **(0,5 точка)** и за $x \in (2;+\infty) \Rightarrow B = 1$ **(0,5 точка)**

3зад. Тъй като *AD* е диаметър на описаната около ΔABC окръжност $\Rightarrow \measuredangle ABD = \measuredangle ACD = 90^{o}$ **(2 точки).** От свойството на вписаните ъгли имаме, че $\measuredangle CDA = \measuredangle CBA$ **(1 точка).** *DC* и *PN* са $\perp AC \Rightarrow DC // PN \Rightarrow$ че $\measuredangle CDP = \measuredangle NPA$ като съответни ъгли $\Rightarrow \measuredangle CBA = \measuredangle NPA$ **(1 точка).** Но от $\measuredangle AMP = \measuredangle ANP = 90^{o} \Rightarrow$ че около четириъгълник *AMPN* може да се опише окръжност с диаметър *AP* и тогава $\measuredangle NPA = \measuredangle NMA$. Следователно $\measuredangle CBA = \measuredangle NPA = \measuredangle NMA$ **(1 точка).** И така получаваме, че: $\measuredangle CBA = \measuredangle NMA$, но това са съответни ъгли, получени при (BC и $MN) \cap AB \Rightarrow BC // MN$ **(1 точка)** и тъй като точките *M* и *N* лежат на страните на $\Delta ABC \Rightarrow BM \nparallel NC$ $\Rightarrow$четириъгълникът *MBCN* е трапец **(1 точка).**