

60^{-та} НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКА
ОБЩНСКИ КРЪГ
12.02.2011г.

ПРИМЕРНИ РЕШЕНИЯ И КРИТЕРИИ ЗА ПРОВЕРКА И ОЦЕНКА
VIII клас

Зад.1 При $x = \sqrt{2}$ получаваме линейното уравнение $a(3-2\sqrt{2}) = -1-2\sqrt{2}$ спрямо a (1 точка) $\Rightarrow a = -11-8\sqrt{2}$ (1 точка). За получаване на дискриминантата на квадратното уравнение $D = 2-2a$ (2 точки). За определяне, че при $a=1$ уравнението има един двукратен корен (0,5 точки), а при $a=-1$ единствено решение (0,5 точки); при $a > 1$ нямаме реални корени (1 точка) и при $a < 1$ уравнението има два различни корена (1 точка).

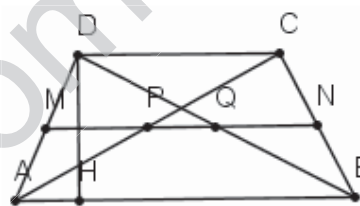
Зад.2 Да означим дължините на основите на трапеца с a и b От условието, че $MN \cdot PQ = 25$

$$\Rightarrow \frac{a+b}{2} \cdot \frac{a-b}{2} = 25 \Rightarrow (a+b)(a-b) = 100 \quad (3 \text{ точки})$$

От условието, че $DH = 3(AB - DC)$

$$\Rightarrow S = \frac{a+b}{2} \cdot DH \Rightarrow S = \frac{a+b}{2} \cdot 3(a-b) \quad (3 \text{ точки})$$

$$\Rightarrow S = \frac{3}{2} \cdot 100 = 150 \quad (1 \text{ точка})$$



Зад.3

Представяме числото $\frac{\overline{abc} + 91}{\overline{abc} - 10}$ във вида $\frac{\overline{abc} - 10 + 101}{\overline{abc} - 10} = 1 + \frac{101}{\overline{abc} - 10}$ (4 точки) \Rightarrow За да бъде

числото $\frac{\overline{abc} + 91}{\overline{abc} - 10}$ просто, трябва $\overline{abc} - 10$ да е делител на 101. Но 101 е просто число \Rightarrow

$\overline{abc} - 10 = 1$ или $\overline{abc} - 10 = 101$ (2 точка). Единствената възможност е $\overline{abc} = 111 \Rightarrow a + b + c = 3$ (1 точка).