

60-та НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКА
ОБЩИНСКИ КРЪГ
12.02.2011г.

XI клас

1зад. а) При кои стойности на параметъра **a**, числата 1 , $\lg(1-a)$ и $\lg \frac{a^2 - 2a + 1}{1 + a^2}$ образуват в този ред аритметична прогресия .

4 точки

б) С намерените стойности на параметъра **a** от **а)** да се реши уравнението $(a-2) \cdot 4^x + (2a-5) \cdot 10^x = (3a-7) \cdot 25^x$

3 точки

2зад. а) Докажете, че числата $2^{\log_2 \left(\frac{1}{2} \log_{\sqrt{2}} 4 \right)}$, $\sin 15^\circ \cdot \sin 75^\circ$ и $\left(\left(\sqrt{\sqrt{2}} \right)^{-4} \cdot \left(\sqrt{2\sqrt{2}} \right)^4 \right)^2$ са последователни членове на геометрична прогресия и намерете петия член на прогресията.

3 точки

б) Да се намерят всички стойности на реалния параметър **a**, за които уравнението $(a-1) \cdot 3^{2x+1} - (4a+2) \cdot 3^x + 2 - a = 0$ има два реални корена, чието произведение е отрицателно число.

4 точки

3зад. В триъгълника **ABC** е прекарана медианата **AM**. Известно е, че $AM : BC = \sqrt{13} : 2$, а $\sphericalangle BAC = 30^\circ$. Да се намерят ъглите **ABC** и **ACB**, ако $\sphericalangle ABC$ не е по-малък от $\sphericalangle ACB$.

7 точки

До областен кръг ще бъдат допуснати тези ученици, на които броят на точките е най-малко 16.

Време за работа – 4 часа.

Желаем Ви успех!