

НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКА
ОБЩИНСКИ КРЪГ - 12.02.2011 г.
ПРИМЕРНИ РЕШЕНИЯ И КРИТЕРИИ ЗА ПРОВЕРКА И ОЦЕНКА

IX клас

Зад.1.

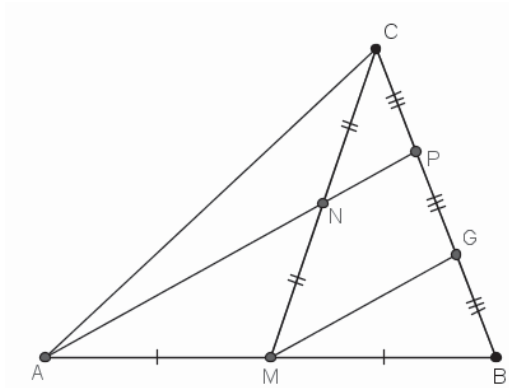
- а) Намиране на корените $x_1 = -1$ и $x_2 = -5$ - 2,5 точки
 $x_1 = -1 \in DC$ $x_2 = -5 \notin DC$ - 0,5 точки
- б) Опростяване на първото уравнение до хомогенно уравнение
 $6x^2 - 13xy + 6y^2 = 0$ - 0,5 точки
- Решаване на хомогенното уравнение до еквивалентните му
 $x = \frac{3}{2}y$ и $x = \frac{2}{3}y$ - 1 точка
- Намиране на решенията на системите
- | | | |
|-----------------------------|---|-----------------------------|
| $x = \frac{3}{2}y$ | и | $x = \frac{2}{3}y$ |
| $x^2 - xy + y^2 = 7(x - y)$ | | $x^2 - xy + y^2 = 7(x - y)$ |
| (0;0) (3;2) (-2;-3) | | |
- 2,5 точки

Зад.2.

- Прилагане на формулите на Виет и намиране на $x_1 + x_2 = 2m + 5$
и $x_1 \cdot x_2 = 5m + 4$ - 1 точка
- Представяне на условието $x_1^2 + x_2^2 = x_1^2 \cdot x_2^2 + 1$ във вида
 $(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = (x_1x_2)^2 + 1$ - 2 точки
- Заместване, получаване на уравнението $3m^2 + 10m = 0$ и корените му
 $m_1 = 0$ и $m_2 = -\frac{10}{3}$ - 3 точки
- За намерените стойности на m е направена проверка за реални корени - 1 точка

Зад.3.

- Построяване на $MG \parallel NP$ - 2т.
- Доказателство, че P е среда на CG
и $CP = PG$ - 2т.
- Доказателство, че G е среда на PB
и $BG = PG$ - 2т.
- Доказателство, че $CP = \frac{1}{3}BC$ - 1т.



(0.1)

Оценяването е примерно. Всеки друг верен вариант на решение се оценява с максималния брой точки и оценителите изготвят съответните критерии.

За областен кръг се класират ученици, получили минимум 16 точки.