

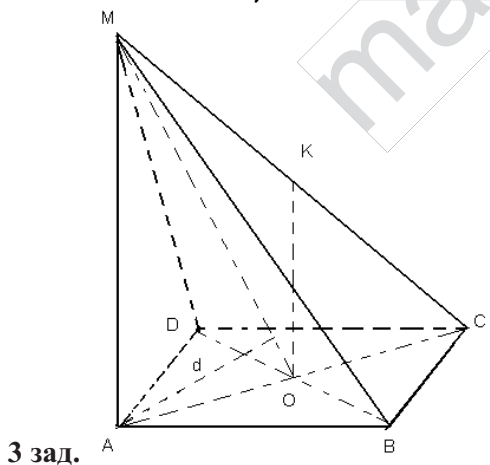
**НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКА
ОБЩИНСКИ КРЪГ -25.02.2010 г.**

**ПРИМЕРНИ РЕШЕНИЯ И КРИТЕРИИ ЗА ПРОВЕРКА И ОЦЕНКА
XII клас**

- 1 зад. а)** Извършване на полагането $x^2 - 2x + 2 = y$ 0,5 точки
 Намиране на $y_1 = 1$ и $y_2 = -\frac{3}{2}$ 1,5 точки
 Връщане към полагането и намиране на $x_1 = x_2 = 1$ 1 точка

- б)** Извършване на полагането $\begin{cases} x+y=s \\ xy=t \end{cases}$ и получаване на системата $\begin{cases} s+p=7 \\ s^2-p=13 \end{cases}$ 1 точка
 Намиране решенията на системата $(4;3)$ и $(-5;12)$ 1,5 точки
 Връщане към полагането и намиране решенията на системите $\begin{cases} x+y=4 \\ xy=3 \end{cases}$ и $\begin{cases} x+y=-5 \\ xy=12 \end{cases}$ 1,5 точки

- 2 зад. а)** За съставено квадратно уравнение $f(-3)=0$ и намерени стойности на параметъра $p_1=4$ и $p_2=\frac{21}{4}$ 2 точки
б) За намерена първа производна на функцията $f(x)$, съставено уравнението $f'(-3)=\text{tg}135^\circ$ и намерено $p=\frac{21}{4}$ 2 точки
в) За обосновка, че функцията може да е или само растяща или да има един локален максимум и един локален минимум, намерена първа производна и изследвана за екстремуми и обобщен извод, че при $p \geq \frac{1}{10}$ функцията е растяща за всяко $x > 4$ 2 точки
 За извода, че трите условия са изпълнени за $p = \frac{21}{4}$ 1 точка



- 3 зад.** $\Delta ABM \Rightarrow AB = 1$
 $\Delta ADM \Rightarrow DM = \sqrt{2}$
 $CD \perp (ADM) \Rightarrow CD \perp DM$
 $\Delta DCM \Rightarrow MC = \sqrt{3}$
 $\Delta DCM \cong \Delta BCM, \Delta ABM \cong \Delta ADM$
 $S = 2S_{ABM} + 2S_{DCM} \Rightarrow S = 1 + \sqrt{2}$ 2 точки

Разстоянието d от A до (MBD) е височина в ΔAOM . Записваме по два начина S_{AOM} :

$$\frac{d \cdot OM}{2} = \frac{OA \cdot AM}{2}, OA = \frac{\sqrt{2}}{2}, OM = \sqrt{\frac{3}{2}},$$

Намерено $d = \frac{\sqrt{3}}{3}$

2 точки

б) Центърът К на описаната сфера лежи в прободната точка на перпендикуляра, издигнат от центъра О на описаната около основата окръжност и симетралната равнина на околен ръб. В случая К е среда на МС и $R = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

3 точки

Оценяването е примерно. Всеки друг верен вариант на решение се оценява с максималния брой точки и оценителите изготвят съответните критерии.

За областен кръг се класират ученици, получили минимум 16 точки.

math-bg.com