НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКА
ОБЩИНСКИ КРЪГ - 12.02.2011 г.

ПРИМЕРНИ РЕШЕНИЯ И КРИТЕРИИ ЗА ПРОВЕРКА И ОЦЕНКА

XI клас

Зад.1. - Намерена стойността на x = 2 - 2 точки

- Направено полагане (напр. $3^{x^2+4x}=y$) и решаване на показателното уравнение или чрез еквивалентни преобразувания до получаване на уравнението $x^2+4x=0$ - 1 точка
- Решаване на уравнението и намиране на корените $x_1 = -4$ и $x_2 = 0$ - 1 точка
- Съставяне на геометричната прогресия и образуване на уравнението $(y-4)^2=2(2y-2)$ - 1 точка
- Решаване на уравнението и намиране на корените $y_1 = 10$ и $y_2 = 2$ - 1 точка

- Намиране на числата x = 2; y = 10; z = 18 - 0,5 точки
- или x = 2; y = 2; z = 2 - 0,5 точки

2 а) Неравенството има смисъл при $x>-\frac{6}{5}$ и $x\neq\pm\frac{1}{2}$. – 0,5 точки

Първи случай: $4x^2>1$, т.е. $x\in\left(-\frac{6}{5},-\frac{1}{2}\right)\cup\left(\frac{1}{2},+\infty\right)$ решенията в този случай са

$x\in\left(-\frac{3}{4},-\frac{1}{2}\right)\cup\left(\frac{1}{2},2\right)$. – 1,5 точки

Втори случай: Ако $4x^2<1$, т.е. $x\in\left(-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$

Неравенството няма решения в този случай. – 1,5 точки

Отговор: $x\in\left(-\frac{3}{4},-\frac{1}{2}\right)\cup\left(\frac{1}{2},2\right)$ - 0,5 точки

2 б) Доказано тъждеството - 3 точки

3 а) Доказано, че $\sphericalangle APC=90^\circ$ - 0,5 точки
Доказано, че $AP=a\sqrt{3}$ - 1 точка
Намерен $\cos\sphericalangle CAP=\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\sphericalangle CAP=30^\circ$ - 1,5 точки

Намиране на ъглите $\sphericalangle CAB=60^\circ$ и $\sphericalangle ABC=30^\circ$ - 1 точка

3 б) Ако правата пресича хипотенузата в т К , за означаване АК = 2x и КВ = 5x , където x е коефициент на пропорционалност и въвеждане на помощен ъгъл $\sphericalangle AKC=\varphi$ и $\sphericalangle BKC=180^\circ-\varphi$ (или използване на други помощни означения)
- 0,5 точки

- Изразяване на x от синусова теорема в ΔAKC и намиране, че $x=\frac{a.\sin\alpha}{\sin\varphi}$ - 1 точка
- Изразяване на BC от синусова теорема в ΔBKC и намиране, че $BC=5atg\alpha$ - 1 точка
- Намиране лицето на *Δ ABC* $S=5a^2tg\alpha$ - 0,5 точки

Оценяването е примерно. Всеки друг верен вариант на решение се оценява с максималния брой точки и оценителите изготвят съответните критерии.
За областен кръг се класират ученици, получили минимум 16 точки.