

**НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКА**  
**ОБЩИНСКИ КРЪГ -12.02.2011 г.**  
**ПРИМЕРНИ РЕШЕНИЯ И КРИТЕРИИ ЗА ПРОВЕРКА И ОЦЕНКА**  
**X клас**

**Задача 1**

- а) Разлагане на изразите в числителя и знаменателя на множители 1,5 точки  
 Решаване на неравенството 1,5 точки  
 Отговор  $x \in (-\infty; -5) \cup [-4; -2) \cup (-2; 0]$  1 точка
- б) Получаване на уравнението  $24 \cdot 2^x + 2^{-x} = 10$  1 точка  
 Извършване на полагане и решаване на уравнението  $24u^2 - 10u + 1 = 0$  1 точка  
 Отговор  $x_1 = \log_2 \frac{1}{6}; x_2 = -2$  1 точка

**2 зад. а)** Уравнението ще има два различни неотрицателни корена тогава и само тогава, когато са изпълнени условията  $D > 0, x_1 + x_2 > 0, x_1 x_2 \geq 0$ . 1 точка

$D > 0 \Rightarrow -2a^2 - a + 6 > 0 \Rightarrow a \in \left(-2; \frac{3}{2}\right)$ , 1 точка

$x_1 + x_2 > 0 \Rightarrow 2(a + 2) > 0 \Rightarrow a \in (-2; \infty)$ , 0,5 точки

$x_1 x_2 \geq 0 \Rightarrow 3a^2 + 5a - 2 \geq 0 \Rightarrow a \in (-\infty; -2) \cup \left[\frac{1}{3}; +\infty\right)$  1 точка

Решение  $a \in \left[\frac{1}{3}; \frac{3}{2}\right)$  0,5 точки

б)  $x = \left(\frac{\sqrt{18}}{\sqrt[4]{81}} + 1\right) \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{\frac{1}{2}}} - 1\right) = \left(\frac{3\sqrt{2}}{3} + 1\right)(\sqrt{2} - 1) = (\sqrt{2} + 1)(\sqrt{2} - 1) = 2 - 1 = 1$  2,5 точки

$y = 2 \cdot 1^2 - 6 \cdot 1 + 7 = 3$  0,5 точки

**3. зад :** За означаване  $AM = 3x$  и  $BM = 2x$  1 точка

За намиране  $\angle BCD = \angle BDC$  1 точка

За намиране  $\angle BAC = \angle BDC$  1 точка

За доказване  $\triangle ABC \sim \triangle CBM$  1,5 точки

За съставяне на пропорцията  $\frac{AB}{CB} = \frac{BC}{BM}$  и намиране на  $x = \frac{1}{\sqrt{10}}$  2 точки

За намиране на  $AB = \frac{\sqrt{10}}{2}$  cm 0,5 точки

**Оценяването е примерно. Всеки друг верен вариант на решение се оценява с максималния брой точки и оценителите изготвят съответните критерии.**

**За областен кръг се класират ученици, получили минимум 16 точки.**