

60^{-та} НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКА
ОБЩИНСКИ КРЪГ - 12.02.2011 г.

ТЕМА ЗА IX КЛАС

1 зад. а) Да се намерят стойностите на параметъра p , за които отношението на корените на квадратното уравнение $x^2 + px + 1 = 0$ е равно на 4.

б) Да се реши уравнението $x^2 + 11 + \sqrt{x^2 + 11} = 42$

7 точки

2 зад. а) Докажете, че ако $ab + bc + ca = 1$, то

$$\frac{a}{1-a^2} + \frac{b}{1-b^2} + \frac{c}{1-c^2} = \frac{4abc}{(1-a^2)(1-b^2)(1-c^2)}$$

б) Да се реши уравнението $\sqrt{\frac{x+1}{x-1}} - \sqrt{\frac{x-1}{x+1}} = \frac{3}{2}$

7 точки

3 зад. Диаметърът AD на описаната около $\triangle ABC$ окръжност пресича страната BC в точката P . От т. P към страните AB и AC са построени перпендикуляри, които ги пресичат съответно в т. M и т. N . Да се докаже, че $MBCN$ е трапец.

7 точки