

60^{-ТА} НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКА
ОБЩИНСКИ КРЪГ - 12.02.2011 г.

ТЕМА ЗА XII КЛАС

1 зад. Даден е изразът $M = \frac{\frac{\sqrt{4a^2 - 4a + 1}}{a} + a\sqrt{4a^2 - 4a + 1} + 4 - \frac{2}{a}}{\sqrt{4a - 4 + \frac{1}{a}}}$.

а) Да се опрости M .

б) Да се пресметне числената стойност на M , ако a е най-големият от корените на уравнението $(2x^2 - x - 6)^2 + (2x^2 + x - 6)^2 = 4x^2$.

7 точки

2 зад. Хипотенузата AB на правоъгълния триъгълник ABC лежи в равнината π , а катетите му AC и BC сключват с тази равнина съответно ъгли α и β . Да се определи ъгълът между равнината на триъгълника и равнината π .

7 точки

3 зад. Дадена е функцията $f(x) = 2^{2\cos x} - 3a \cdot 2^{\cos x} + 2a^2$, където a е параметър.

а) Да се реши уравнението $f(x) = 0$ за $a=1$.

б) За кои стойности на a уравнението $f(x) = 0$ има решение.

7 точки