

60^{-та} НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКА
ОБЩИНСКИ КРЪГ - 12.02.2011 г.

ТЕМА ЗА X КЛАС

1 зад. Дадена е квадратната функция $f(x) = (k-1)x^2 - (k+4)x + 2k + 5$, където k е параметър.

а) Да се намери за кои стойности на k уравнението $f(x) = 0$ има реални корени.

4 точки

б) Да се намери за кои стойности на k неравенството $f(x) > 0$ е изпълнено за всяко x .

3 точки

2 зад. В трапеца ABCD ($AB \parallel CD$ и $AB > CD$) е вписана полуокръжност с радиус $r = 12$ cm, така че центърът ѝ точката O лежи на AB. Намерете периметъра на трапеца, ако OC = 13 cm и OD = 15 cm.

7 точки

3 зад. а) Докажете равенството:

$$\sqrt[3]{20+14\sqrt{2}} + \sqrt[3]{20-14\sqrt{2}} = 4$$

3 точки

б) Решете неравенството:

$$\frac{1}{2^x - 1} > \frac{1}{1 - 2^{x-1}}$$

4 точки