

**60<sup>-та</sup> НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКА**  
**ОБЩИНСКИ КРЪГ – 12.02.2011 г.**  
**XII клас**

**1зад.** Дадена е функцията  $f(x) = 2^{2\cos x} - 3a \cdot 2^{\cos x} + 2a^2$ , където  $a$  е параметър.

**а)** Да се реши уравнението  $f(x) = 0$  за  $a = 1$ .

**б)** За кои стойности на  $a$  уравнението  $f(x) = 0$  има решение.

**7 точки**

**2зад.** Хипотенузата  $AB$  на правоъгълния триъгълник  $ABC$  лежи в равнината  $\pi$ , а катетите му  $AC$  и  $BC$  сключват с тази равнина съответно ъгли  $\alpha$  и  $\beta$ . Да се определи ъгълът между равнината на триъгълника и равнината  $\pi$ .

**7 точки**

**3зад.** Дадено е уравнението  $x + \sqrt{x^2 - x} = -x^2 + (a-1)x + a + b$ . Намерете стойностите на реалните параметри  $a$  и  $b$ , за които  $x = -1$  е единствено решение на уравнението.

**7 точки**