

60^{-та} НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКА
ОБЩИНСКИ КРЪГ – 12.02.2011 г.

XI клас

1зад. Четири числа имат следните свойства: първите три образуват геометрична прогресия, а последните три – аритметична прогресия. Сумата на крайните числа е 7, а на средните е 6. Намерете тези числа.

7 точки

2зад.

а) Ако $\alpha \in (0; \pi)$ намерете стойностите на α , за които корените x_1 и x_2 на уравнението $x^2 - x \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha = 0$ удовлетворяват зависимостта $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = -1$

б) За $\triangle ABC$ мярката на $\sphericalangle ACB$ е по-малката намерена стойност на α в а). Дължината на страна AC е равна на стойността на израза $M = -\log_2 \left(\log_2 \sqrt[4]{2} \right)$, а дължината на страна BC е равна на стойността на израза $N = \left(\frac{1}{2} \log_2 16 - 3 \log_2 \frac{1}{4} + \frac{2}{5} \log_2 32 + 2 \log_2 \frac{1}{8} \right) \cdot \sqrt{2}$. Намерете лицето на $\triangle ABC$.

7 точки

Ззад. Даден е равностранен триъгълник ABC със страна a . През точка M , лежаща на страната AB (M е между A и B), са прекарани успоредни прави на страните AC и BC . Правите пресичат AC и BC съответно в точки K и L . Ако $KL = d$, да се намери лицето на триъгълника KLM .

7 точки