

60^{-та} НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКА
ОБЩИНСКИ КРЪГ – 12.02.2011 г.
X клас

1зад. Дадена е функцията $f(x) = (k-1)x^2 - (k+4)x + 2k + 5$, където k е параметър.

а) Да се намерят стойностите на k , за които уравнението $f(x) = 0$ има реални корени. **4 точки**

б) Да се намерят стойностите на k , за които неравенството $f(x) > 0$ е изпълнено за всяко x . **3 точки**

2зад. В трапеца $ABCD$ ($AB \parallel CD$ и $AB > CD$) е вписана полуокръжност с радиус $r = 12$ cm, така че центърът ѝ точката O лежи на AB . Намерете периметъра на трапеца, ако $OC = 13$ cm и $OD = 15$ cm.

7 точки

3зад. а) Докажете равенството:

$$\sqrt[3]{20+14\sqrt{2}} + \sqrt[3]{20-14\sqrt{2}} = 4$$

3 точки

б) Решете неравенството:

$$\frac{1}{2^x - 1} < \frac{1}{1 - 2^{x-1}}$$

4 точки