

Утвърждавам
Началник на РИО-Благоевград:

Ивайло Златанов

60-та НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКА
ОБЩИНСКИ КРЪГ
12.02.2011 г.

ТЕМА ЗА IX КЛАС

1 зад. Да се реши системата:

$$\begin{cases} \frac{x^2}{y} - \frac{y^2}{x} = 31,5 \\ x - y = 6 \end{cases}$$

2 зад.

- а) Квадратното уравнение $x^2 + ax + 307 = 0$ има два цели отрицателни корени. Да се намери $|a|$.
- б) Да се докаже, че за всички стойности на $b \neq \pm 1$ и $x \neq \pm 2$ стойността на израза не зависи от b и x

$$A = (b-1)^2 \left(\frac{1}{(b^2-2b+1)} + \frac{1}{b^2-1} \right) + \frac{2}{b+1} \left(\frac{x}{x+2} - \frac{(x-2)^2}{2} \left(\frac{1}{x^2-4} - \frac{1}{x^2-4x+4} \right) \right)$$

3 зад. В окръжност k е вписан триъгълник ABC , за който $\angle BAC$ и $\angle ABC$ са остри и различни. Продължението на височината CD пресича k в точката P , а диаметърът на окръжността през върха C пресича k в точка M .

- а) Да се докаже, че точките A , B , M и P са върхове на равнобедрен трапец.
- б) Да се намерят ъглите на четириъгълника $APMB$, ако $\angle BAC = 70^\circ$ и $\angle ABC = 40^\circ$.

Всяка задача се оценява със седем точки
Време за работа – 4 часа.

Пожелаваме Ви успех!