

Утвърждавам
Началник на РИО-Благоевград:
/Ивайло Златанов/

60-та НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКА
ОБЩИНСКИ КРЪГ
12.02.2011 г.

ТЕМА ЗА XII КЛАС

1. а) Пресметнете стойността на израза

$$A = 5^{\log_{0.2} \frac{1}{2}} + \log_{\sqrt{2}}(\sqrt{3}-1) + \log_{\sqrt{2}}(\sqrt{6} + \sqrt{2}). \quad 3 \text{ точки}$$

- б) Намерете двойките числа $(x; y)$, за които е изпълнено
равенството $(\log_3 5)^{\sqrt{x-2y+1}} = (\log_5 3)^{\sqrt{x^2-y^2+5y-3}}$. 4 точки

2. Всички ръбове на правилната триъгълна призма $ABCA_1B_1C_1$ имат дължина 1. Точките M и N са средите съответно на ръбовете AB и CC_1 .
Намерете:

- а) дължината на отсечката MN и косинуса на ъгъла между правите MN и BA_1 ; 3 точки

- б) разстоянието от точка A_1 до равнината (B_1MN) . 4 точки

3. Дадена е функцията $f(x) = (-2x-2)^{\frac{1}{3}} + (x+1)^{\frac{1}{2}}$.

- а) Намерете най-малката стойност на функцията; 3 точки

- б) За кои стойности на параметъра a уравнението
 $(-2x-2)^{\frac{1}{3}} + (x+1)^{\frac{1}{2}} = a$ има единствено решение? 4 точки