

Утвърждавам
Началник на РИО-Благоевград:
/Ивайло Златанов/

60-ТА НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКА
ОБЩИНСКИ КРЪГ
12.02.2011 г.

ТЕМА ЗА XI КЛАС

1 зад. В уравнението $u^2 - p\left(au - \frac{1}{2}\right) + 3a - 2 = 0$, p е равно на стойността на x , при която числата $\lg 5$, $\frac{1}{2}\lg(4^{x+1} - 9)$, $\lg(2^x + 7)$ в написания ред образуват аритметична прогресия, а a е реален параметър. Да се изрази чрез a частното: $S = \frac{u_1^2 + u_2^2}{(u_1 - u_2)^2 + 2}$, в които u_1 и u_2 са корени на даденото уравнение.

2 зад.

а) Четири числа образуват геометрична прогресия. Сборът на първите две числа се отнася към сбора на последните две както 1: 4, а произведението на първите две числа е с 10 по-голямо от четвъртото число. Намерете числата.

б) Да се докаже, че

$$3(\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha) - 2(\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha) = 1$$

3 зад. Страните на четириъгълника ABCD са $AB = 1$, $BC = 3$, $CD = 4$ и $DA = 6$ и около него може да се опише окръжност. Да се намерят лицето на четириъгълника и радиусът на окръжността.

*Всяка задача се оценява със седем точки
Време за работа – 4 часа.*

Пожелаваме Ви успех!