



РЕПУБЛИКА БЪЛГАРИЯ
МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА

LVII НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКА
ОБЛАСТЕН КРЪГ – 20 април 2008 г.

12 клас

Задача 12.4. Да се намерят всички естествени числа a такива, че $[\sqrt{n} + \sqrt{n+1}] = [\sqrt{4n+a}]$ за произволно естествено число n ($[x]$ означава цялата част на числото x).

Задача 12.5. Вписаната в $\triangle ABC$ окръжност се допира до страните BC , CA и AB съответно в точки A_1 , B_1 и C_1 . Известно е, че правата A_1B_1 разполовява отсечката CC_1 . Да се намерят ъглите на триъгълника, ако техните синуси образуват аритметична прогресия.

Задача 12.6. Нека \mathbb{R} е множеството на реалните числа. Да се намерят всички функции $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ такава, че $f(x+y^2) \geq (y+1)f(x)$ за произволни $x, y \in \mathbb{R}$.

Всяка задача се оценява със 7 точки.

Време за работа 4 часа.

Пожелаваме Ви успех!