



РЕПУБЛИКА БЪЛГАРИЯ
МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА

LVII НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКА
ОБЛАСТЕН КРЪГ – 20 април 2008 г.

10 клас

Задача 4. Дадено е уравнението $8^x - m2^{x+1} + 4m = 8$, където m е реален параметър.

а) Да се реши уравнението при $m = 6$.

б) Да се определи при кои стойности на параметъра m , уравнението има точно едно положително решение.

Задача 5. Да се докаже, че за произволни реални положителни числа a , b и c е в сила неравенството

$$\frac{a^5}{bc} + \frac{b^5}{ac} + \frac{c^5}{ab} + \frac{3}{2a^2b^2c^2} \geq 2(a^3 + b^3 + c^3) + \frac{9}{2} - 6abc.$$

Кога се достига равенство?

Задача 6. Равнобедрен трапец с основи 1 и 5 и бедра $\sqrt{7}$ е покрит с 10 кръга с радиус r . Да се докаже, че $r \geq \frac{1}{2}$. (“Покрит“ означава, че всяка точка от трапеца се съдържа в поне един от кръговете.)

Всяка задача се оценява със 7 точки.

Време за работа 4 часа.

Пожелаваме Ви успех!