

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА  
РЕГИОНАЛЕН ИНСПЕКТОРАТ ПО ОБРАЗОВАНИЕ – ПЛЕВЕН  
57<sup>-та</sup> НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКА  
ОБЩИНСКИ КРЪГ – 16.03.2008 г.

ХІІ КЛАС

1зад. В  $\triangle ABC$   $\angle A = \angle B + 90^\circ$ . Докажете, че:

а) описаната около триъгълника окръжност се допира до височината построена през върха С. **5 точки**

б)  $a^2 + b^2 = 4R^2$  (при традиционните означения) **2 точки**

2зад. В тетраедъра  $ABCD$  стената  $BCD$  е перпендикулярна на стената  $ABC$ , а ръбът  $AD$  сключва с ръбовете  $AB$  и  $AC$  ъгли с големина  $60^\circ$ . Ако дължините на ръбовете  $AB$ ,  $BC$  и  $AC$  са равни съответно на 2, 4 и 3, да се определи:

а) обемът на тетраедъра  $ABCD$ ;

**5 точки**

б) ъгълът между стените  $ABC$  и  $ABD$ .

**2 точки**

3зад. Даден е изразът  $f(x) = \log_{\frac{1}{\sqrt{5}}}(a \cdot 6^x - 36^x)$ , където  $a$  е параметър.

а) Да се реши неравенството  $f(x) \geq -2$  при  $a=6$ .

**2 точки**

б) Да се намери границата  $\lim_{a \rightarrow \infty} [m(a) + 4 \log_5(a+1)]$ , където  $m(a)$  е най-малката стойност на  $f(x)$ .

**5 точки**

Време за работа – 4 часа.  
Желаем Ви успех!