



РЕПУБЛИКА БЪЛГАРИЯ  
МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА

LVII НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКА  
ОБЛАСТЕН КРЪГ - 19 април 2008 г.

ТЕМА за 8 клас

**Задача 1.** Да се реши системата:

$$\begin{cases} |x| + |y| = 1 \\ |x - 2a| = |y - 3| \end{cases}$$

в зависимост от реалния параметър  $a$ .

**Задача 2.** Върху окръжност с център  $O$  са избрани точки  $A$ ,  $B$  и  $C$  така, че мярката на дъгата  $\widehat{BC}$  е два пъти по-голяма от мярката на дъгата  $\widehat{AB}$ . Средите на отсечките  $OA$ ,  $AB$ ,  $BC$  и  $CO$  са съответно  $M$ ,  $N$ ,  $P$  и  $Q$ . Ако правите  $MP$  и  $NQ$  са перпендикулярни, да се намери мярката на  $\angle ACB$ .

**Задача 3.** Да се докаже, че ако положителните числа  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $x$ ,  $y$  и  $z$  изпълняват условията  $a + b + c = x + y + z = 1$ , то

а)  $\frac{a^2}{a+x} + \frac{b^2}{b+y} + \frac{c^2}{c+z} = \frac{x^2}{a+x} + \frac{y^2}{b+y} + \frac{z^2}{c+z}$  ;

б)  $\frac{a^2}{a+x} + \frac{b^2}{b+y} + \frac{c^2}{c+z} \geq \frac{1}{2}$ . Кога се достига равенство?

Всяка задача се оценява със 7 точки.

Време за работа 4 часа.

Пожелаваме Ви успех!