

## РЕШЕНИЯ

### ТЕМА ЗА 6 КЛАС

**Задача 1.** Поставете някои от знаците за аритметични действия – събиране, изваждане, умножение, деление и скоби – между дадените дроби, за да получите равенство:

$$\frac{1}{2} \quad \frac{1}{6} \quad \frac{1}{6024} = 2008.$$

*Решение:*  $\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{6}\right) : \frac{1}{6024} = \frac{1}{3} \cdot 6024 = 2008.$

**Задача 2.** Килограм телешко с кости струва 7 лв. и 80 ст., килограм телешко без кости струва 9 лв., а килограм телешки кости струва 1 лв. и 50 ст. Колко грама кости има в килограм телешко с кости?

*Решение:* Нека в 1 кг телешко с кости има  $x$  кг кости и  $(1-x)$  кг телешко без кости. От условието следва, че  $1,5x + 9(1-x) = 7,8$ . Като умножим двете страни на равенството по 10, получаваме  $15x + 90(1-x) = 78$ . Оттук  $90 - 78 = 75x$  и следователно

$$x = \frac{12}{75} = \frac{4}{25} \text{ кг} = \frac{4000}{25} \text{ г} = 160 \text{ г}.$$

**Задача 3.** Точка  $M$  е вътрешна за триъгълника  $ABC$  и правата  $CM$  пресича страната  $AB$  в точка  $P$ . Лицата на триъгълниците  $APM$ ,  $BPM$ ,  $AMC$  и  $BMC$  в квадратни сантиметри са съответно  $a$ ,  $b$ ,  $c$  и  $d$ , като  $0 < a < b < c < d$ .

а) Ако  $a = 1$ ,  $b = 2$  и  $c = 3$ , намерете  $d$ .

б) Вярно ли е, че  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ?

в) Определете кое е по-голямото от числата  $a+d$  и  $b+c$ .

*Решение:* а) Отг. 6 кв.см. От точка  $A$  спускаме перпендикуляр  $AA_1$  към  $CP$  и от точка  $B$  спускаме перпендикуляр  $BB_1$  към  $CP$ . Изразяваме удвоените лица:

$$2a = MP \cdot AA_1,$$

$$2b = MP \cdot BB_1,$$

$$2c = CM \cdot AA_1,$$

$$2d = CM \cdot BB_1.$$

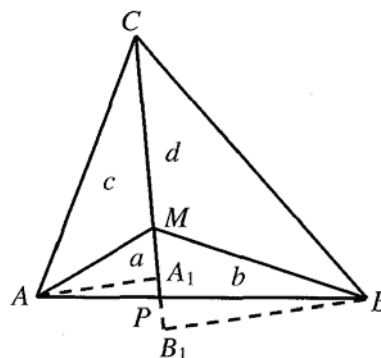
Тъй като  $MP \cdot AA_1 = 2$  и  $MP \cdot BB_1 = 4$ , заключаваме, че  $BB_1 = 2AA_1$ . Тогава

$$2d = CM \cdot BB_1 = CM \cdot (2AA_1) = 2(CM \cdot AA_1) = 2 \cdot 2c = 4c = 4 \cdot 3 = 12. \text{ Следователно } d = 6.$$

б) Като използваме резултатите от а), имаме:

$$2a \cdot 2d = (MP \cdot AA_1) \cdot (CM \cdot BB_1) = (MP \cdot BB_1) \cdot (CM \cdot AA_1) = 2b \cdot 2c, \text{ т.е. } ad = bc \text{ и оттук } \frac{a}{b} = \frac{c}{d}.$$

в) Нека  $\frac{a}{b} = k$ , т.е.  $a = kb$ . От условието следва, че  $0 < k < 1$ , а от б) – съответно, че  $c = kd$ . Тогава неравенството  $a+d > b+c$  е равносилно с  $kb+d > b+kd$ , т.е.  $c$   $d(1-k) > b(1-k)$ , което е вярно, защото  $d > b$  и  $1-k > 0$ .



Критерии за оценяване:

**Задача 1.** Общо 7 т., от които: 2 т. за поставяне на знак “–”, 2 т. за поставяне на скоби, 2 т. за поставяне на знак “:” и 1 т. за пресмятане на израза.

**Задача 2.** Общо 7 т., от които: 2 т. за полаганията  $x$  и  $(1-x)$ , 2 т. за съставяне на модела  $1,5x+9(1-x)=7,8$  и 3 т. за решаване на уравнението и намиране на отговора.

**Задача 3.** Общо 7 т., от които: по 2 т. за а) и б), и 3 т. за в). В а) 1 т. за изразяване на лицата чрез страни и височини + 1 т. за довършване на решението. В б) 1 т. за наличие на идея да се използва резултата от а) и 1 т. за довършване на решението. Във в) 2 т. за равенствата  $a=kb$  и  $c=kd$  ( $0 < k < 1$ ) и 1 т. за довършване на решението.

*Забележка.* Посочените критерии са примерни и съответстват на предложените от Националната комисия решения. При наличие на алтернативни решения всяка Областна комисия изготвя свои критерии за оценяването им, като се съобразява с предложените.

math-bg.com