

56. Национална олимпиада по математика

Областен кръг, Втори ден, 15.04.2007 г.

9. клас

**Задача 4.** Да се докаже, че не съществуват стойности на реалния параметър  $a$ , за които системата

$$\begin{cases} x^2 = x + ay + 1 \\ y^2 = ax + y + 1 \end{cases}$$

има точно три различни решения.

**Задача 5.** Да се намерят всички четни естествени числа  $n$  и всички реални  $a$ , за които остатъкът при делението на полинома  $x^n - x^{n-1} + ax^4 + 1$  на полинома  $x^2 - a^2$  е равен на  $97 - (a + 14)x$ .

**Задача 6.** Даден е правилен 16-ъгълник  $A_1A_2 \dots A_{16}$ , чиито върхове лежат върху окръжност  $k$  с център  $O$ . Възможно ли е да бъдат избрани част от върховете на 16-ъгълника така, че при последователно завъртане около  $O$  на ъгли  $\frac{360^\circ}{16}$ ,  $2 \cdot \frac{360^\circ}{16}$ , ...,  $16 \cdot \frac{360^\circ}{16}$ , отсечките, свързващи избраните върхове, да опишат всички страни и диагонали на 16-ъгълника точно по два пъти?

*Време за работа: 4 ч. и 30 мин.*

*Всяка задача се оценява със 7 точки.*

*Телефон за връзка: 02-979-28-06 (Петър Бойваленов)*