

56. Национална олимпиада по математика

Областен кръг, Първи ден, 14.04.2007 г.

9. клас

**Задача 1.** Да се реши уравнението

$$\sqrt{x-3} + \sqrt{7-x} = x^2 - 10x + 23.$$

**Задача 2.** Четириъгълник  $ABCD$  без успоредни страни е вписан в окръжност с радиус 1. Точки  $E \in AB$  и  $F \in AD$  са такива, че  $CE \parallel AD$  и  $CF \parallel AB$ . Известно е, че окръжността, описана около  $\triangle CDF$ , пресича за втори път диагонала  $AC$  във вътрешна точка. Да се определи най-голямата възможна стойност на израза  $AB \cdot AE + AD \cdot AF$ .

**Задача 3.** Да се намери най-малката възможна стойност на израза

$$M = x + \frac{y^2}{9x} + \frac{3z^2}{32y} + \frac{2}{z},$$

където  $x$ ,  $y$  и  $z$  са реални положителни числа. Кога се достига тази най-малка стойност?

*Време за работа: 4 ч.и 30 мин.*

*Всяка задача се оценява със 7 точки.*

*Телефон за връзка: 02-979-28-06 (Петър Бойваленов)*