

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
56-ТА НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКА
ОБЛАСТЕН КРЪГ - 14 април 2007

ТЕМА ЗА 7 КЛАС

- 1] Даден е изразът $A = x^4 + (4 - p)x^3 + (8 - 4p)x^2 - 8px$.
- а) Ако $p = 0$, да се докаже, че $A \geq 0$.
 - б) Да се разложи на множители изразът A .
 - в) Да се разложи на множители изразът $x^4 + 16x^2 + 64$.
 - г) Да се разложи на множители изразът $x^4 + 64$.
 - д) Да се реши уравнението $A = x^4 + 64$ относно x (ако p е параметър).
 - е) Да се намерят всички цели стойности на p , за които уравнението от (д) има за решение естествено число.

- 2] Даден е квадрат $ABCD$ със страна 1 см. На страните му са избрани точки $M \in AB$ и $N \in AD$. В триъгълника CMN са построени височините CK и NL ($K \in MN$, $L \in CM$), като $CK = 1$ см. Нека H е пресечната точка на тези височини.
- а) Да се докаже, че $DN = KN$.
 - б) Да се намери периметъра на $\triangle AMN$.
 - в) Да се намери мярката на $\sphericalangle MCN$.
 - г) Да се докаже, че $CH = NM$.

- 3] Всяко цяло число е оцветено в бяло, в зелено или в червено, като поне едно число е зелено. При това:
- ако x е бяло, то $x + 1$ е зелено;
 - ако x е зелено, то $x + 1$ е червено;
 - ако x е червено и y е зелено, то $x + y$ е бяло.
- Да се определят цветовете на целите числа от -6 до 6 включително.