

56. Национална олимпиада по математика
Областен кръг, 14 април 2007 г.

12. клас

Задача 12.1. Да се намерят всички реални числа a , за които съществуват две взаимно перпендикулярни допирателни към графиката на функцията $f(x) = ax + \sin x$.

Задача 12.2. В сфера с радиус 2 е вписана пирамида $ABCD$, за която $AB = 2$, $CD = \sqrt{7}$ и $\angle ABC = \angle BAD = 90^\circ$. Да се намери ъгълът между правите AD и BC .

Задача 12.3. Да се докаже, че ако x и y са цели числа, то числото $x^2(y - 2) + y^2(x - 2)$ не е просто.